

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΕΠΩΝΥΜΟ :				ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	
				Βαθμός από εκατό	
ΟΝΟΜΑ :				αριθμητικά: _____/100	
ΤΜΗΜΑ :		ΑΡΙΘΜΟΣ :		ολογράφως: _____ εκατοστά	
				Βαθμός από είκοσι	
				αριθμητικά: _____/20	
ΜΑΘΗΜΑ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ			ολογράφως: _____ εικοστά	
ΤΑΞΗ :	Γ'			Υπογραφή Καθηγητή	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :	29/05/2019			_____	
ΩΡΑ :	07:45 – 09:45			_____	

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η διάρκεια της εξέτασης είναι **δύο ώρες**.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
- Να γράφετε μόνο με στυλό (πέννα) χρώματος μπλε και όχι με μολύβι (**μπορείτε να κάνετε με μολύβι τα σχήματα και τις γραφικές παραστάσεις**).
- Να απαντήσετε όλα τα θέματα πάνω **στο εξεταστικό δοκίμιο**.
- Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο έχει έκταση **11** σελίδων (συμπεριλαμβανομένης και αυτής της σελίδας) και αποτελείται από **δύο** μέρη, (**A και B**) στα οποία αντιστοιχούν συνολικά **100** μονάδες.

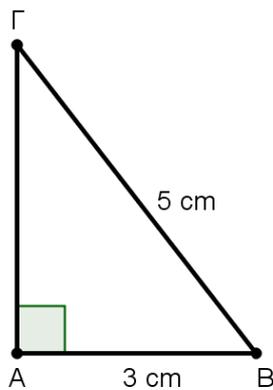
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε **και τα 10** θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

(1) Να βρείτε τα αναπτύγματα των πιο κάτω, **χρησιμοποιώντας τις ταυτότητες.**

(α) $(\chi - 3)^2$

(β) $(2\chi + 5)(2\chi - 5)$

(2) (α) Από το πιο κάτω σχήμα να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B. (ημB , συνB , εφB)



(β) Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα κενά με ένα από τα σύμβολα > , = , < .

(i) ημ53° ημ54°

(ii) εφ36° συν44°

[μον. (α)3 – (β)2]

(3) Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τα πιο κάτω πολυώνυμα.

(α) $5\chi - 10\psi$

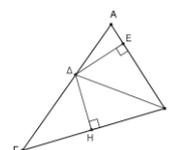
(β) $\chi^2 - 36$

(γ) $\chi^2 - 7\chi + 10$

(δ) $\chi^2 + 4\chi + 4 - \psi^2$

(4) Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓ είναι τυχαίο τρίγωνο και η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Β.

Αν ΔΕ ⊥ ΑΒ και ΔΗ ⊥ ΒΓ να αποδείξετε ότι ΔΕ = ΔΗ.



(5) (α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\chi^2 - 2\chi - 3 = 0$$

(β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{\chi^3 - 4\chi}{3\chi + 6}$$

(6) Κώνος έχει ακτίνα βάσης ίση με 5 cm και το ύψος του είναι ίσο με 12 cm.

Να βρείτε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** και τον **όγκο** του (συναρτήσει του π).

(7) Το σημείο A έχει συντεταγμένες $(-4, -5)$.

Το σημείο B είναι το σημείο τομής των ευθειών με εξισώσεις $5\chi + 3\psi = 7$ και $\chi - 2\psi = 4$.

Να βρείτε το **μήκος** του ευθύγραμμου τμήματος AB.

(8) (α) Οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = \kappa\chi + 5$ και $\varepsilon_2 : 4\chi - 2\psi = 6$ είναι παράλληλες. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ .

(β) Αν $\kappa = 2$ να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_3 η οποία περνά από το σημείο A

$(\kappa, 1 - \kappa)$ και είναι

κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_4 : 2\chi + 3\psi = 11$.

(9) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$). Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΓ

και ΒΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\Delta E = \frac{B\Gamma}{4}$, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή

σας.

(10) Να κάνετε τις πράξεις και να γράψετε το αποτέλεσμα **στην πιο απλή μορφή**.

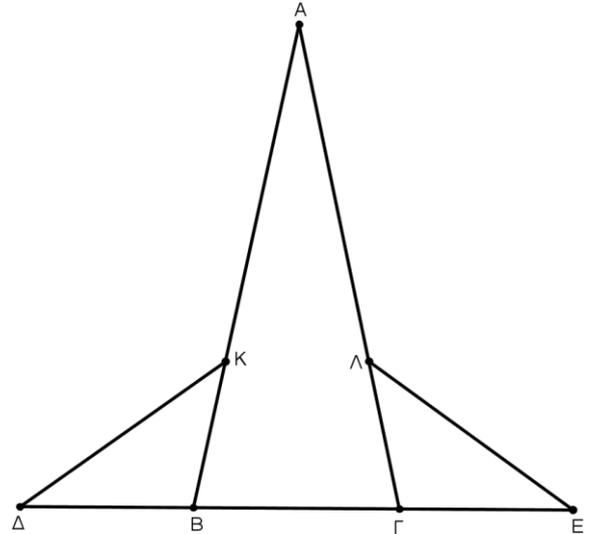
$$\left(\frac{\chi}{\chi - 5} - \frac{2\chi + 4}{\chi^2 - 25} \right) : \left(\frac{\chi + 5}{3} + \frac{3}{\chi - 5} \right)$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε **και τα 5** θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

(1) Στο σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές (AB = ΑΓ). Τα σημεία Κ και Λ είναι τέτοια ώστε AK = ΑΛ.

Τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ είναι προεκτάσεις της ΒΓ και ισχύει ότι ΒΔ = ΓΕ.

(α) Να αποδείξετε ότι ΔΚ = ΕΛ.



(β) Αν τα σημεία Μ και Ν είναι τα μέσα των ΔΚ και ΕΛ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι ΑΜ = ΑΝ.

(2) Δίνεται ένα **ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο** και ένας **κύβος**. Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις

$(\chi + 1)m$, $(\chi - 1)m$ και $(\chi + 9)m$ και ο κύβος έχει ακμή ίση με $(\chi + 2)m$.

(α) Να αποδείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση που δίνει τη διαφορά των όγκων των δύο στερεών

στην **πιο απλή μορφή** είναι:

$$V_{\text{ορθ.παρ/δου}} - V_{\text{κύβου}} = 3\chi^2 - 13\chi - 17$$

(β) Αν η διαφορά των όγκων τους είναι ίση με 13 m^3 , να βρείτε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κύβου**.

(3) (α) Σε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB = ΑΓ) το Δ είναι το μέσο της ΒΓ και το Ε το μέσο της ΑΓ.

Προεκτείνουμε το ΔΕ κατά τμήμα ΕΖ = ΔΕ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΓΔ είναι ορθογώνιο.

(β) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση.

$$\frac{3\chi}{\chi - 4} + \frac{2}{2 - \chi} = \frac{2\chi^2 - 4\chi + 8}{\chi^2 - 6\chi + 8}$$

(4) Δίνεται **παράλληλόγραμμο** $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(-2,0)$, $B(4,6)$ και $\Gamma(8,2)$.

(α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $\Gamma\Delta$, **δικαιολογώντας την απάντησή σας**.

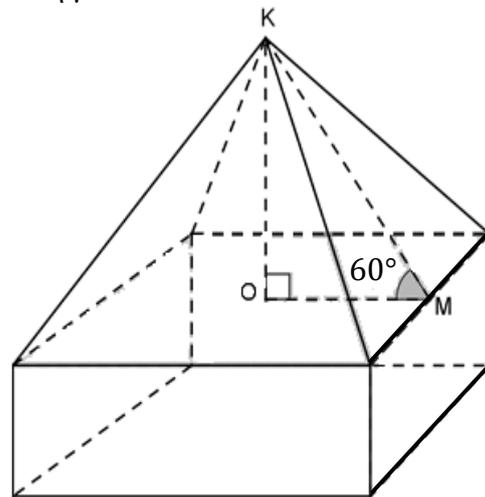
(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου K στο οποίο τέμνονται οι διαγώνιοι του.

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .

(δ) Να αποδείξετε ότι το παράλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι και ορθογώνιο, **δικαιολογώντας την απάντησή σας**.

(5) Μία μικρή επιχείρηση κατασκευάζει κεριά σε σχήμα όπως αυτό που φαίνεται πιο κάτω. Το πάνω μέρος του κεριού είναι κανονική τετραγωνική πυραμίδα. Το κάτω μέρος είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του οποίου ο όγκος είναι 72 cm^3 και το ύψος 2 cm . **Η βάση της πυραμίδας συμπίπτει με τη βάση του παραλληλεπιπέδου**. Επίσης η γωνία \hat{KMO} είναι ίση με 60° .

(α) Να βρείτε τις άλλες δύο διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.



(β) Να βρείτε τον όγκο της πυραμίδας(με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων).

(γ) Πόσα **το πολύ** τέτοια κεριά μπορεί να κατασκευάσει η επιχείρηση αυτή με 10 λίτρα λιωμένου κεριού;
(1 λίτρο = 1000 cm^3)

[μον. (α)3 , (β)4 , (γ)3]