

## Ομάδα Α

---

1. Να λυθούν τα συστήματα: (β.4)

α)  $2\chi - 3\psi = 23$   
 $3\chi - 5\psi = 37$

β)  $\psi = 2\chi$   
 $2\chi + \psi = 36$

2. Το άθροισμα των ηλικιών του Κώστα και της Μαρίας είναι 40. Μετά από 10 χρόνια η ηλικία του Κώστα θα είναι διπλάσια από την ηλικία της Μαρίας. Ποια θα είναι η ηλικία του Κώστα μετά από τέσσερα χρόνια; (β.3,5)

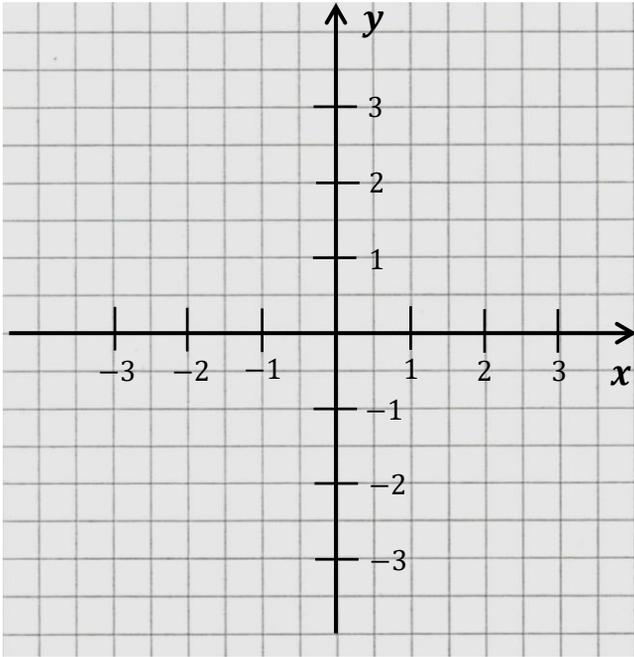
3. Για ένα αγώνα καλαθόσφαιρας πουλήθηκαν 2000 εισιτήρια και εισπράχθηκαν €4500. Το εισιτήριο της πρώτης θέσης ήταν €3 και της δεύτερης θέσης €2. Πόσα εισιτήρια της πρώτης θέσης πουλήθηκαν; (β.3,5)

4. Σε ένα τρίγωνο μια από τις γωνίες του είναι  $26^\circ$ . Να υπολογίσετε τις δύο άλλες γωνίες του αν η διαφορά τους είναι  $32^\circ$ . (β.3)

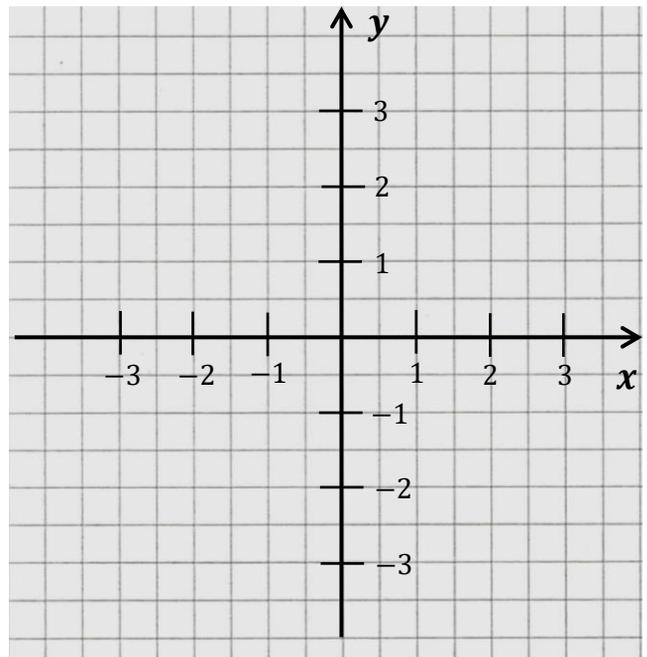
5. Αν σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων τα σημεία  $(1,2)$  και  $(3,8)$  είναι σημεία της ευθείας  $\psi=\gamma\chi+\delta$  να βρείτε τα  $\gamma$  και  $\delta$ . (β.3)

6. Ένας τουρίστας στη Γαλλία πλήρωσε 18 φράγκα για 15 λίτρα βενζίνη και για ένα λίτρο λάδι. Σε μια άλλη περίπτωση πλήρωσε 31 φράγκα για 25 λίτρα βενζίνη και δύο λίτρα λάδι. Πόσα στοιχίζει το λίτρο της βενζίνης και πόσα το λίτρο του λαδιού; (β.3)

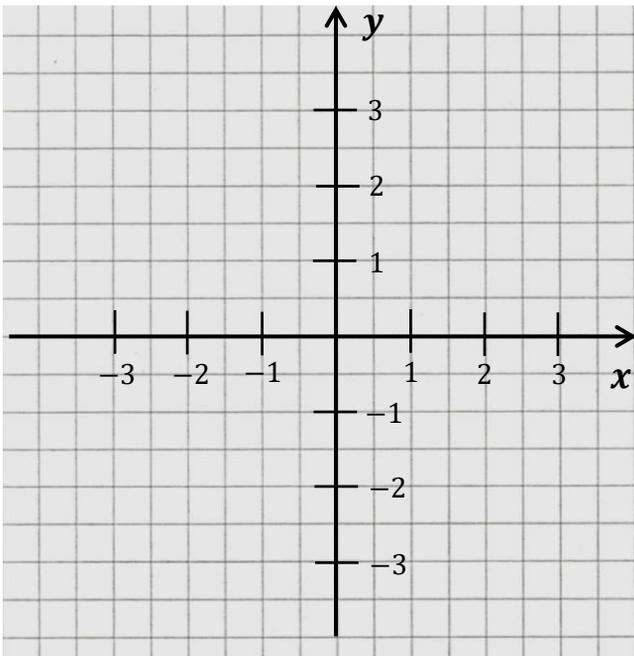
1. Να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω ευθειών:



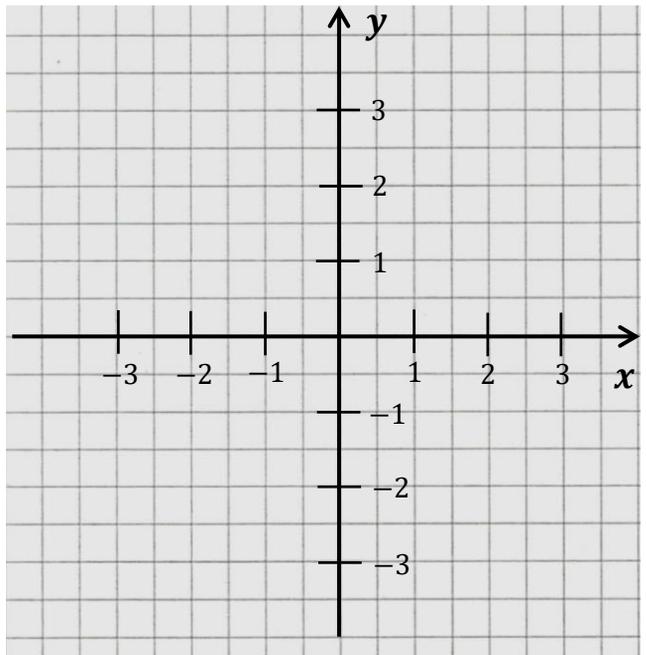
$$y = x - 1$$



$$y = -2x$$



$$y = 3x + 1$$



$$y - x = 2$$

2. Δίνετε η συνάρτηση  $f(x) = 5 - 3x$ .

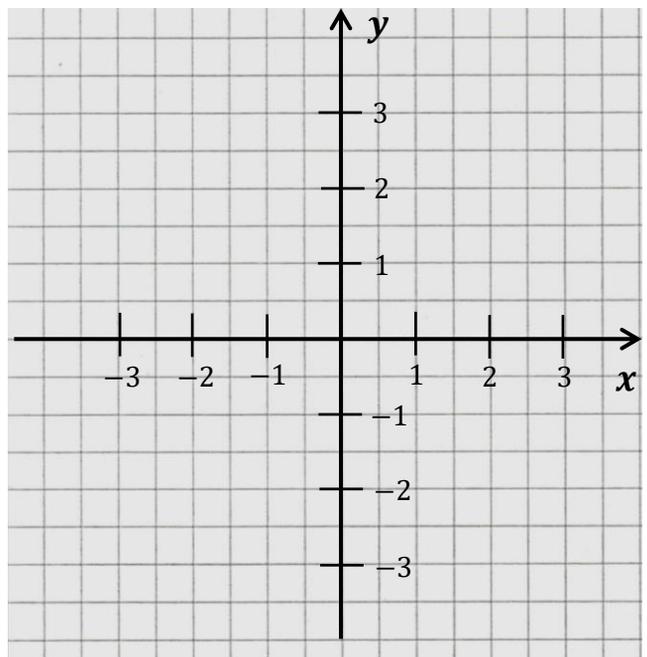
α) Να εξετάσετε κατά πόσο τα σημεία  $(1, 2)$   $(2, -1)$   $(3, 2)$   $(4, -7)$  και  $(0, 6)$  ανήκουν στην γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

β) Να βρείτε 2 άλλα σημεία που ανήκουν στην γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

3. Η ευθεία  $y = ax$  περνά από το σημείο  $A(3, 9)$ .

α) Να βρείτε την τιμή του  $a$ .

β) Να σχεδιάσετε την ευθεία πάνω στους άξονες που δίνονται πιο κάτω και να γράψετε το **σημείο τομής (Σ.Τ) με τον άξονα των τετμημένων** και το **σημείο τομής (Σ.Τ) με τον άξονα των τεταγμένων**.



Σ.Τ με τον άξονα των τετμημένων: ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

Σ.Τ με τον άξονα των τεταγμένων: ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $4x - 2y = -3$ .

α) Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$  και του  $\beta$  για την πιο πάνω συνάρτηση.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα των τεταγμένων.

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία:

α)  $(0,3)$  και  $(-2,4)$

β)  $(0,6)$  και  $(-2,2)$

5. Να εξετάσετε αν οι πιο κάτω ευθείες τέμνουν τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο  $(0, -4)$ :

α)  $y = -2x - 4$

β)  $y + 4 = 3x$

γ)  $6x - 2y = 4$

δ)  $5x - 4y - 9 = 0$

1. Να χαρακτηρίσετε με **ΟΡΘΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό: (β.1,5)

α) Εάν δύο ευθείες είναι παράλληλες τότε το σύστημα των εξισώσεων είναι αδύνατο.	<b>ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ</b>
β) Εάν δύο ευθείες τέμνονται, οι συντεταγμένες του σημείου τομής τους (χ,γ) είναι η λύση του συστήματος των εξισώσεων.	<b>ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ</b>
γ) Εάν δύο ευθείες ταυτίζονται τότε το σύστημα των εξισώσεων έχει άπειρες λύσεις.	<b>ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ</b>
δ) Οι ευθείες $y = -4$ και $y = 3$ δεν είναι παράλληλες.	<b>ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ</b>
ε) Εάν δύο ευθείες είναι κάθετες τότε οι κλίσεις τους είναι ίσες.	<b>ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ</b>
στ) Η γραφική παράσταση της $y = \beta$ είναι ευθεία κάθετη στον άξονα των $x$ στο σημείο $(0, \beta)$ .	<b>ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ</b>

2. Να αντιστοιχίσετε κάθε μια εξίσωση ευθείας από τη στήλη Α με την κλίση της στη στήλη Β:

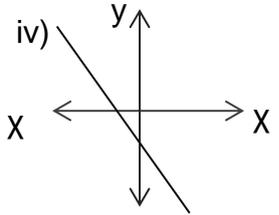
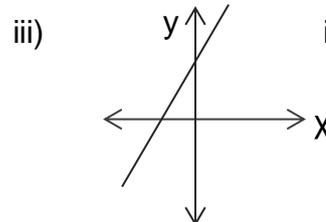
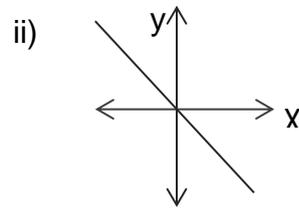
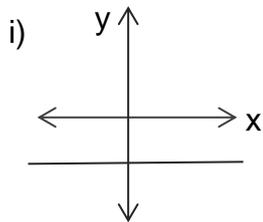
Α	
α)	$y = 3x - 1$
β)	$y = 8 - \frac{1}{2}x$
γ)	$x = -3$
δ)	$y = 12$
ε)	$y = -3x$
στ)	$6x + 2y = 5$

Β	
i)	$\lambda = 12$
ii)	$\lambda = -3$
iii)	$\lambda = 0$
iv)	Δεν ορίζεται
v)	$\lambda = -\frac{1}{2}$
vi)	$\lambda = 3$
vii)	$\lambda = 6$

α) → .....
β) → .....
γ) → .....
δ) → .....
ε) → .....
στ) → .....

3. Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση με τη γραφική της παράσταση. (β. 1,5)

α)  $y = -x - 1$  , β)  $y = 2x + 6$  , γ)  $y = -3$  , δ)  $2x + y = 0$



α) → .....
β) → .....
γ) → .....
δ) → .....

(β. 2)

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(3,-1) και B(2,3).

(β. 2)

5. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$2x - 5y = -22$$

$$3x + y = 18$$

(β. 2,25)

6. Να εξετάσετε αν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι **παράλληλες ή κάθετες μεταξύ τους ή τίποτα από τα δύο** σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας:

α)  $\varepsilon_1 : y = -3x + 7$

$\varepsilon_2 : x - 3y = 9$

β)  $\varepsilon_1 : y = 1 - 5x$

$\varepsilon_2 : y = -\frac{1}{5}x - 3$

γ)  $\varepsilon_1 : 4x - 10y = 1$

$\varepsilon_2 : 2x - 5y = -11$

δ)  $\varepsilon_1 : y = -\frac{2}{7}x$

$\varepsilon_2 : 2x + 7y = 14$

ε)  $\varepsilon_1 : x = -2$

$\varepsilon_2 : y = 3$

(β. 3,75)

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  που περνά από το σημείο  $A(2,-3)$  και είναι κάθετη στην ευθεία  $\varepsilon_1: y = -\frac{1}{6}x + 5$ .

(β. 2)

8. Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , ώστε η ευθεία  $\varepsilon_1: (\alpha-5)x-7y=11$  να είναι παράλληλη με την ευθεία  $\varepsilon_2: y=(2\alpha+3)x-8$ .

(β. 2)

9. **Να λύσετε το πιο κάτω πρόβλημα με σύστημα εξισώσεων:**

Ο Γιώργος και η Έλενα έχουν συνολικά €180. Η Έλενα έχει €40 λιγότερα από τα τριπλάσια χρήματα του Γιώργου. Να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο καθένας.

(β. 3)

## Διαγώνισμα στα Γραμμικά Συστήματα – Τάξη Β΄

1. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(MON. 16)**

Το σύστημα 
$$\begin{cases} \chi - \psi = 5 \\ 2\chi + \psi = 1 \end{cases}$$
 έχει ως λύση τις συντεταγμένες του σημείου:

- (α) A(-3, 2)      (β) B(1, -1)      (γ) Γ(1, -4)      (δ) Δ(2, -3)

2. Αν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος παριστάνονται με τις ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ , να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος ευθειών της Α στήλης, το σωστό συμπέρασμα από τη Β στήλη. **(MON. 15)**

A στήλη	B στήλη
α. Οι ευθείες $\epsilon_1$ και $\epsilon_2$ τέμνονται.	i. Το σύστημα είναι αόριστο.
β. Οι ευθείες $\epsilon_1$ και $\epsilon_2$ είναι παράλληλες.	ii. Το σύστημα έχει μία μόνο λύση.
γ. Οι ευθείες $\epsilon_1$ και $\epsilon_2$ συμπίπτουν.	iii. Το σύστημα είναι αδύνατο.

α	β	γ

3. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε τη λύση σε καθένα από τα παρακάτω συστήματα: **(MON. 24)**

(α)  $2\chi - 3\psi = 0$

$-2\chi + \psi = 4$

Λύση:  $(\chi, \psi) = ( \dots\dots\dots , \dots\dots\dots )$

(β)  $2\chi - 3\psi = 0$

$2\chi + 3\psi = 12$

Λύση:  $(\chi, \psi) = ( \dots\dots\dots , \dots\dots\dots )$

(γ)  $\psi = 0$

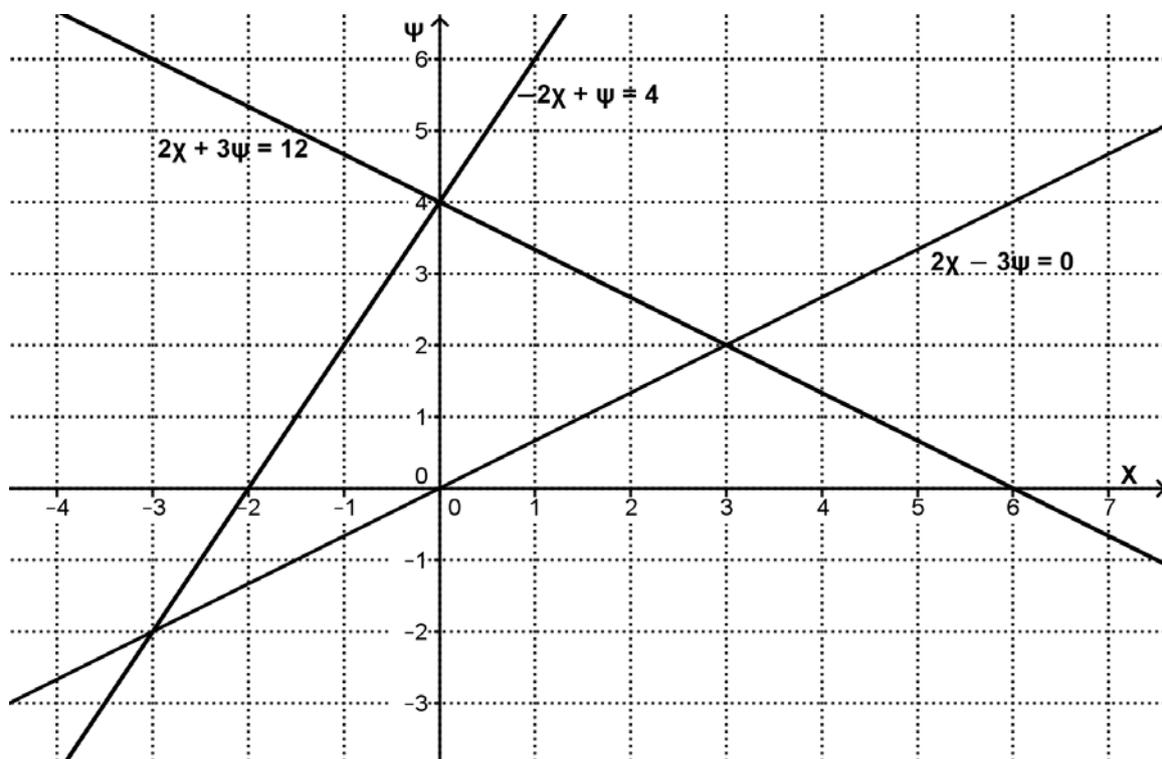
$2\chi + 3\psi = 12$

Λύση:  $(\chi, \psi) = ( \dots\dots\dots , \dots\dots\dots )$

(δ)  $\chi = 0$

$2\chi - 3\psi = 0$

Λύση:  $(\chi, \psi) = ( \dots\dots\dots , \dots\dots\dots )$



4. Να λύσετε το σύστημα: **(MON. 20)**

$4\chi - \psi = 10$

$\chi + 3\psi = 9$

5. Σ' ένα ταξίδι με τρένο, το εισιτήριο της α' θέσης κοστίζει €9 και της β' θέσης κοστίζει €5 λιγότερα. Αν σ' ένα ταξίδι κόπηκαν 50 εισιτήρια συνολικής αξίας €250, να βρείτε πόσα εισιτήρια κόπηκαν από κάθε κατηγορία. (Να λυθεί με σύστημα) **(MON. 25)**

## Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 5 -ΕΥΘΕΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

- Δίνονται τα σημεία  $A(2, -1)$  και  $B(-3, 4)$ . Να βρείτε:  
(α) το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$   
(β) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος  $(AB)$ .
- Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία  $A(2, -1)$  και  $B(4, -3)$ .
- Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $\Sigma(1, -3)$  και είναι κάθετη στον άξονα  $\chi\chi'$ .
- Οι ευθείες  $\varepsilon_1: \psi = (\kappa - 3)\chi + 11$  και  $\varepsilon_2: \psi = (2\kappa - 1)\chi - 1$  είναι παράλληλες. Να βρείτε την τιμή του  $\kappa$ .
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1$  που περνά από το σημείο  $A(-1, 5)$  και είναι παράλληλη με την ευθεία: (α)  $\varepsilon_1: 2\chi - 3\psi = 1$ , (β)  $\varepsilon_2: \chi = 4$ .
- Οι ευθείες  $\varepsilon_1: \psi + 3\chi = 1$  και  $\varepsilon_2: \psi = (\kappa + 2)\chi + 5$  είναι κάθετες. Να βρείτε την τιμή του  $\kappa$ .
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1$  που περνά από το σημείο  $A(-4, 1)$  και είναι κάθετη στην ευθεία: (α)  $\varepsilon_2: 2\chi + 5\psi = 7$ , (β)  $\varepsilon_3: \chi = 5$ , (γ)  $\varepsilon_4: \psi = -3$ .
- Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στις πιο κάτω περιπτώσεις:  
(α)  $\varepsilon_1: 2\chi - 4\psi = 4$       (β)  $\varepsilon_1: 6\chi + 2\psi = 10$   
 $\varepsilon_2: -2\chi + 4\psi = 2$        $\varepsilon_2: \psi = -\frac{1}{2}\chi - 7$   
(i) Χωρίς να λύσετε τα συστήματα να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .  
(ii) Χωρίς να λύσετε τα συστήματα να εξετάσετε κατά πόσο έχουν λύση ή όχι.
- Να λύσετε τα συστήματα.  
α)  $3\chi + \psi = 18$       β)  $3\chi - 4\psi = 0$       γ)  $\psi - \chi + 2(2\chi - \psi) = 4$   
 $2\chi - 5\psi = -22$        $\frac{3\chi + 8}{4} = \frac{3\psi + 2}{2}$        $\frac{\psi + \chi}{3} - \frac{2\psi - \chi}{2} = -\frac{5}{6}$
- Να λύσετε τα προβλήματα με τη βοήθεια συστήματος.  
(α) Σε ένα διαγωνισμό Μαθηματικών μια ομάδα μαθητών απάντησε συνολικά 50 ερωτήσεις και πήρε 166 βαθμούς. Για κάθε ορθή απάντηση κέρδιζε 5 βαθμούς και για κάθε λανθασμένη έχανε 2 βαθμούς.  
Να βρείτε πόσες ήταν οι ορθές και πόσες οι λανθασμένες απαντήσεις

(β) Ένα εργοστάσιο παρασκευής παραδοσιακών γλυκών, πωλεί μια μπουκάλα γλυκό κεράσι προς €4 και μια μπουκάλα γλυκό καρυδάκι προς €3. Σήμερα πώλησε 10 μπουκάλες γλυκό καρυδάκι λιγότερες από το διπλάσιο των μπουκαλιών με γλυκό κεράσι και είσπραξε €90.

Να βρείτε πόσες μπουκάλες γλυκού από το κάθε είδος πούλησε.

11. Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1 : \psi = (5\lambda + 2\mu)\chi + (\lambda + \mu)$  και  $\varepsilon_2 : \psi = \left(\frac{-2\lambda + \mu}{2}\right)\chi + 6$ .

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραμέτρων  $\lambda$  και  $\mu$ , ώστε οι δύο ευθείες να συμπίπτουν

12. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με συντεταγμένες κορυφών A(-1, 3), B(1, 7) και Γ(3, 1).

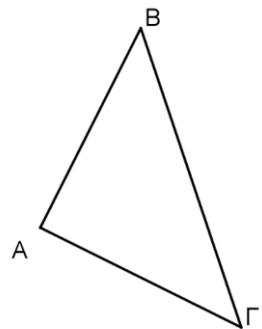
(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς ΑΓ.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ΑΒ και περνά από το σημείο Γ.

(γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.

(δ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

(ε) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ.



13. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(1,3) και B(-2,0) και οι εξισώσεις των ευθειών ΒΓ :  $\chi + 4\psi = -2$  και ΑΓ :  $4\chi + \psi = 7$ .

(α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1$  που περνά από το A(1,3) και είναι κάθετη στην ευθεία  $\psi = -6$ .

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_2$  που περνά από το B(-2,0) και είναι παράλληλη με την ΑΓ.

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

(δ) Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής Γ είναι το σημείο (2,-1).

(ε) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

(στ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΚ.

(ζ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ.

(η) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

**ΑΛΥΤΕΣ**

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

Μελέτησες επαρκώς τις λυμένες;



**Α' Ομάδα**

1. Να λύσετε τα ακόλουθα συστήματα με τη μέθοδο της αντικατάστασης και με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\alpha) \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x = 2 \end{cases}, \beta) \begin{cases} -x + 2y = 10 \\ x + 3y = 10 \end{cases}, \gamma) \begin{cases} 5x + 7y = 1 \\ x + 2y = -4 \end{cases}, \delta) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

$$\epsilon) \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ -2x - 3y = 23 \end{cases}, \sigma\tau) \begin{cases} 4x - 5y = -6 \\ 7x + 3y = 13 \end{cases}, \zeta) \begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = 18 \end{cases}, \eta) \begin{cases} 7x - 11y = -3 \\ -3x + 9y = -3 \end{cases}$$

2. Να λύσετε τα συστήματα:  $\alpha) \begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ -12x + 8y = 1 \end{cases}$ ,  $\beta) \begin{cases} 15x - 6y = 5 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases}$ .

3. Να λύσετε τα συστήματα:  $\alpha) \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -6x + 9y = 2 \end{cases}$ ,  $\beta) \begin{cases} -5x + 7y = 2 \\ 15x - 21y = 5 \end{cases}$ ,

$$\gamma) \begin{cases} 2x + 5y = 6 \\ 8x + 20y = 24 \end{cases}, \delta) \begin{cases} 9x - 6y = 2 \\ -18x + 12y = -4 \end{cases}$$

4. Να λύσετε τα συστήματα:  $\alpha) \begin{cases} 3(x + y) - 5(y - x) = 14 \\ 3(x + y) - 2(x - y) = 7 \end{cases}$ ,  $\beta) \begin{cases} 2(x + y) - 7 = y \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ ,

$$\gamma) \begin{cases} 2(x - 3y) + 3(y - 2x) = 9 \\ 3(2x + 3y) - 2(x - 5y) = 7 \end{cases}, \delta) \begin{cases} 4(2x + 5y) - 3(6y + x) = 6 \\ 3(-x + 3y) + 5(x - y) = 2 \end{cases}$$

5. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} -x + \frac{y}{2} = 2 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}, \beta) \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{23}{12} \\ 2x + 7y = -2 \end{cases}, \gamma) \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

$$\delta) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{2x+y}{5} - y = -4 \end{cases}, \epsilon) \begin{cases} \frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5 \\ \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{3} = 10 \end{cases}, \sigma\tau) \begin{cases} \frac{2x+y}{3} - \frac{3x+2y}{6} = -1 \\ \frac{4x+2y}{3} - \frac{3x+5y}{5} = -\frac{42}{5} \end{cases}$$

$$\zeta) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = \frac{3}{2} \\ \frac{x}{7} + \frac{y}{5} = 2 \end{cases}, \eta) \begin{cases} \frac{x+2y}{2} - \frac{3x-2y}{6} = \frac{4y}{3} \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{2y-x+2}{6} \end{cases}$$

6. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} x - y = 1 \\ y^2 + xy = 10 \end{cases}, \beta) \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x^2 - y^2 = 7 \end{cases}, \gamma) \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - 5y = -1 \end{cases}, \delta) \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}.$$

7. Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 38 cm και εμβαδόν 84 cm<sup>2</sup>. Να βρεθούν οι διαστάσεις του.

8. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B για καθεμιά από τις περιπτώσεις:

$$\alpha) A(2, 4) \text{ και } B(3, 2), \beta) A(-1, 1) \text{ και } B(3, 7), \gamma) A(2, -2) \text{ και } B\left(3, -\frac{10}{3}\right).$$

9. Να βρεθούν δύο αριθμοί με διαφορά 7 και άθροισμα 23.

10. Να βρεθούν δύο αριθμοί με λόγο  $\frac{3}{4}$  και διαφορά 6.

11. Σε ένα ξενοδοχείο με 101 κρεβάτια έχουμε 44 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Να βρείτε το πλήθος των δίκλινων και τρίκλινων δωματίων.

12. Ένας χημικός εκτελώντας ένα πείραμα θέλει να παρασκευάσει 375 gr διαλύματος περιεκτικότητας 20%, αναμειγνύοντας δύο διαλύματα A και B με περιεκτικότητες 12% και 36% αντίστοιχα. Να βρείτε πόσα γραμμάρια χρειαζόμαστε από τα διαλύματα A και B.

## Β' Ομάδα

13. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} |x - 3| + |y - 1| = 8 \\ 2|x - 3| - 3|y - 1| = 1 \end{cases}, \beta) \begin{cases} 2|x + 1| + 3|y + 3| = 7 \\ 3|x + 1| - |y + 3| = 5 \end{cases},$$

$$\gamma) \begin{cases} 2\sqrt{2x + 3} - \sqrt{y - 1} = 4 \\ \sqrt{2x + 3} + 2\sqrt{y - 1} = 7 \end{cases}, \delta) \begin{cases} \frac{2}{x - 1} + \frac{3}{y + 5} = 14 \\ \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{y + 5} = 2 \end{cases}.$$

14. Να βρεθούν δύο παραπληρωματικές γωνίες με διαφορά 36°.

15. Αν η λύση του συστήματος  $\begin{cases} ax + 3y = 11 \\ x - \beta y = -7 \end{cases}$  είναι  $(x, y) = (1, 2)$ , να βρεθούν τα α και β.

16. Να βρείτε τα α και β, ώστε η εξίσωση  $x^2 - (2\alpha + 1)x + 2\beta = 0$  να έχει λύση  $x = 2$  και η εξίσωση  $x^2 - (\beta + 2)x + 5\alpha = 0$  να έχει λύση  $x = 3$ .

- 17.** Αν ελαττώσουμε τη βάση ενός ορθογωνίου κατά 5 και αυξήσουμε την άλλη πλευρά κατά 2, το εμβαδόν του ελαττώνεται κατά 20. Αν όμως αυξήσουμε τη βάση κατά 8 και ελαττώσουμε την άλλη πλευρά κατά 3, το εμβαδόν παραμένει το ίδιο. Να βρείτε τις διαστάσεις του.
- 18.** Το άθροισμα των πλευρών δύο τετραγώνων είναι 8 και η διαφορά των εμβαδών τους είναι 16. Να βρείτε τις πλευρές των τετραγώνων αυτών.
- 19.** Σε ένα τρίγωνο ABΓ έχουμε ότι η ευθεία AB έχει εξίσωση  $y = 3x - 8$ , η ευθεία ΑΓ έχει εξίσωση  $y = -x$  και η ευθεία ΒΓ έχει εξίσωση  $y = -2x + 6$ . Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου.
- 20. α)** Να βρεθούν οι οξείες γωνίες  $x, y$  για τις οποίες ισχύει ότι:
- $$\begin{cases} \text{συν}^2 y - \eta\mu x = 0 \\ \sqrt{8}\text{συν} y + 2\eta\mu x = 3 \end{cases}$$
- β)** Πώς διαφοροποιείται το αποτέλεσμα, αν η γωνία  $x$  είναι αμβλεία;



## ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**Απαντήσεις πολλαπλής επιλογής:** 1. Α, 2. Δ, 3. Δ, 4. Δ, 5. Γ.

- 1. α)**  $(x, y) = (2, 3)$ , **β)**  $(x, y) = (-2, 4)$ , **γ)**  $(x, y) = (10, -7)$ , **δ)**  $(x, y) = (5, -3)$ , **ε)**  $(x, y) = (-4, -5)$ ,  
**στ)**  $(x, y) = (1, 2)$ , **ζ)**  $(x, y) = (3, -4)$ , **η)**  $(x, y) = (-2, -1)$ .
- 2. α)**  $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, 2\right)$ , **β)**  $(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right)$ .
- 3. α), β)** Αδύνατα, **γ)**  $(x, y) = \left(x, -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}\right)$ , **δ)**  $(x, y) = \left(x, \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}\right)$ .
- 4. α)**  $(x, y) = (2, 1)$ , **β)**  $(x, y) = (4, -1)$ , **γ)**  $(x, y) = (-3, 1)$ , **δ)**  $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, -\frac{1}{8}\right)$ .
- 5. α)**  $(x, y) = (-1, 2)$ , **β)**  $(x, y) = (13, -4)$ , **γ)**  $(x, y) = (5, 4)$ , **δ)**  $(x, y) = (8, 9)$ , **ε)**  $(x, y) = (x, 7x - 120)$ ,  
**στ)**  $(x, y) = (-6, 12)$ , **ζ)**  $(x, y) = (7, 5)$ , **η)**  $(x, y) = \left(x, \frac{5}{8}x - \frac{1}{2}\right)$ .
- 6. α)**  $(x, y) = (3, 2)$  ή  $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ , **β)**  $(x, y) = (2, 1)$  ή  $(-8, 11)$ , **γ)**  $(x, y) = (2, 1)$  ή  $(3, 2)$ ,  
**δ)**  $(x, y) = (\pm\sqrt{2}, 1)$  ή  $(\pm\sqrt{5}, -2)$ .
- 7.** 7 cm, 12 cm.
- 8. α)**  $2x + y - 8 = 0$ , **β)**  $3x - 2y + 5 = 0$ , **γ)**  $4x + 3y - 2 = 0$ .
- 9.** 8 και 15. **10.** 18 και 24 ή -18 και -24. **11.** 31 δίκλινα και 13 τρίκλινα. **12.** 250 gr Α, 125 gr Β.
- 13. α)**  $(x, y) = (8, 4)$  ή  $(x, y) = (8, -2)$  ή  $(x, y) = (-2, 4)$  ή  $(x, y) = (-2, -2)$ , **β)**  $(x, y) = (-3, -2)$   
ή  $(x, y) = (-3, -4)$  ή  $(x, y) = (1, -4)$  ή  $(x, y) = (1, -2)$ , **γ)**  $(x, y) = (3, 5)$ , **δ)**  $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, -\frac{9}{2}\right)$ .
- 14.**  $108^\circ, 72^\circ$ . **15.**  $(\alpha, \beta) = (5, 4)$ . **16.**  $(\alpha, \beta) = (6, 11)$ . **17.** 40, 18.
- 18.** 3, 5. **19.**  $A(2, -2)$ ,  $B\left(\frac{14}{5}, \frac{2}{5}\right)$ ,  $\Gamma(6, -6)$ .
- 20. α)**  $(x, y) = (30^\circ, 45^\circ)$ , **β)**  $(x, y) = (150^\circ, 45^\circ)$ .

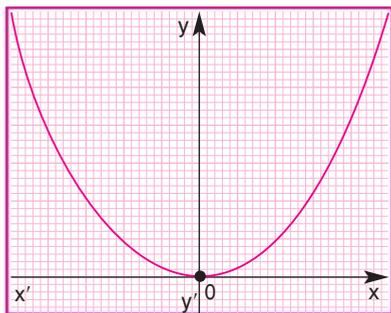
## Συναρτήσεις

### 4.1 Η συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$

Για τη συνάρτηση  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) πρέπει να γνωρίζουμε ότι:

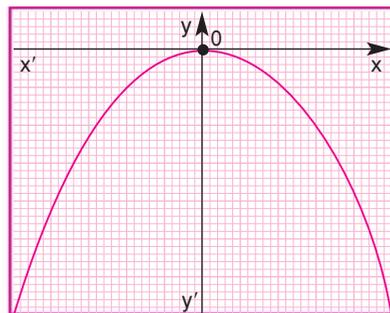
$$y = ax^2 \quad (a > 0)$$

- Έχει ως πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.
- Έχει ως γραφική της παράσταση μια παραβολή με μορφή (U).
- Η παραβολή αυτή βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$ , αφού  $y = ax^2 \geq 0$ .
- Η παραβολή αυτή διέρχεται από την αρχή των αξόνων  $O(0, 0)$ , αφού  $0 = a \cdot 0^2$ .
- Το σημείο  $(0, 0)$  λέγεται **κορυφή της παραβολής**.
- Παρουσιάζει ελάχιστο το  $y = 0$  για  $x = 0$  [το σημείο  $(0, 0)$ ].
- Έχει άξονα συμμετρίας τον  $y'y$ .



$$y = ax^2 \quad (a < 0)$$

- Έχει ως πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.
- Έχει ως γραφική της παράσταση μια παραβολή με μορφή (∩).
- Η παραβολή αυτή βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ , αφού  $y = ax^2 \leq 0$ .
- Η παραβολή αυτή διέρχεται από την αρχή των αξόνων  $O(0, 0)$ , αφού  $0 = a \cdot 0^2$ .
- Το σημείο  $(0, 0)$  λέγεται **κορυφή της παραβολής**.
- Παρουσιάζει μέγιστο το  $y = 0$  για  $x = 0$  [το σημείο  $(0, 0)$ ].
- Έχει άξονα συμμετρίας τον  $y'y$ .



- Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = ax^2$  και  $y = -ax^2$  είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'x$ .