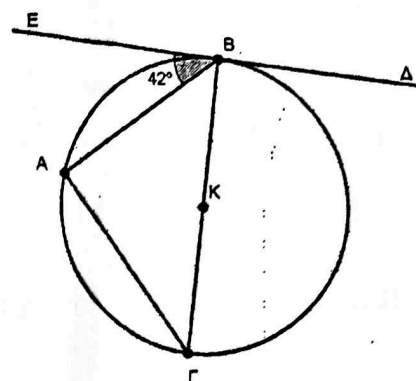


A1 Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο $B\Gamma$ και $ΕΔ$ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B . Αν η $\widehat{ΕΒΑ} = 42^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $ΑΒΓ$.



A2 Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sigma\phi\theta + \frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{1}{\eta\mu\theta}$.

A3 α) Να δείξετε ότι: $3 < \sqrt[3]{35} < 4$

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt[3]{35}$ και $6 - \sqrt[3]{35}$.

A4 Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha > 0$ ισχύει: $\frac{\sqrt[4]{\alpha} \cdot \sqrt[4]{\alpha^3} + (\sqrt[11]{\alpha})^{22}}{\sqrt[5]{\alpha^2} \cdot \alpha^{\frac{3}{5}}} = 1 + \alpha$

A5 Δίνεται η παράσταση: $A = 5 - 4\eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή των παραστάσεων:

α) A

β) $\frac{35}{8 - \sqrt{A}}$

A6 Αν $3\epsilon\phi^2\theta = \frac{3^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{81}}{\sqrt[12]{3}}$ και $0^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία θ .

A7 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2 \cdot \sqrt[3]{43 - x^4} - 1 = 5$

β) $x^6 - 81x^2 = 0$

γ) $(x^3 - 23)^{\frac{5}{2}} = 32$

A8 α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\varepsilon\phi x - \eta\mu x}{\eta\mu^3 x} = \frac{\tau\epsilon\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$

β) Έστω η τριγωνομετρική συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$, η οποία είναι περιοδική.

ι) Να γράψετε την περίοδό της.

ii) Αν ισχύει $\eta\mu\theta = \frac{1}{3}$, να υπολογίσετε την τιμή του $\eta\mu(\theta - 2\pi)$.

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 4 ασκήσεις. Να λύσετε μόνο τις 3 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1 α) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[3]{2\alpha + 3} = 2$

β) Να λύσετε την εξίσωση $2\beta^5 - 64 = 0$.

γ) Να μετατρέψετε την παράσταση $\gamma = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

δ) Να συγκρίνετε τους αριθμούς α , β και γ .

B2 Δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος (O, OB) , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ευθεία $B\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B και το τμήμα $O\Gamma$ είναι προέκταση του OA . Το σημείο A έχει τεταγμένη $y_A = -\frac{3}{5}$.

α) να δείξετε ότι η τετμημένη του A είναι

$$x_A = -\frac{4}{5}.$$

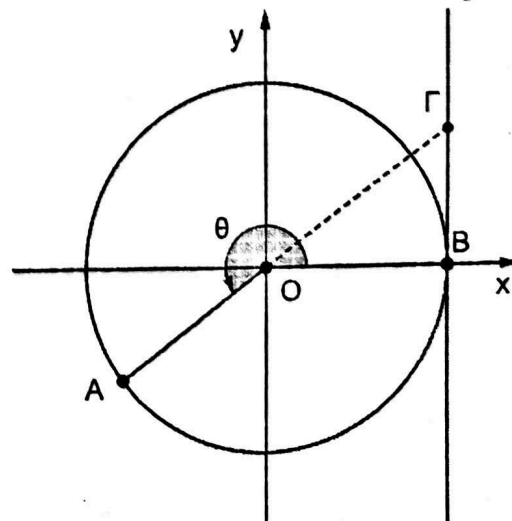
β) να υπολογίσετε:

i) το $\eta\mu\theta$

ii) το $\sigma\upsilon\nu\theta$

iii) την $\sigma\phi\theta$

iv) τις συντεταγμένες του σημείου Γ



B3 Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \eta\mu^2(180^\circ + \theta) - \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)\eta\mu(90^\circ - \theta) \quad \text{και}$$

$$B = \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 + \eta\mu\theta} + \epsilon\phi\theta \quad \text{με } 0^\circ < \theta < 90^\circ.$$

α) i) Να δείξετε ότι η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του θ

ii) Να δείξετε ότι: $B^2 - 1 = \epsilon\phi^2\theta$

β) i) Να δείξετε ότι: $A - \left(\frac{A}{B}\right)^2 = \eta\mu^2\theta$

ii) Να βρείτε την τιμή του θ , με $0^\circ < \theta < 90^\circ$, για την οποία ισχύει $B = 2$.

B4 Δίνονται οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) με διάκεντρο $(K\Lambda) = 15$, όπου

$$R = 5(\alpha + 3)^{\frac{6}{5}} - 1 \quad \text{και} \quad \rho = \sqrt[4]{3(9 + 3\alpha)^3}, \quad \text{με } R > \rho.$$

α) Να δείξετε ότι $\rho = 3(\alpha + 3)^{\frac{3}{4}}$

β) Να βρείτε την τιμή του α ώστε οι δύο κύκλοι να εφάπτονται εσωτερικά