## Επαναληπτικό διαγώνισμα Α΄ τετραμήνου (3)

**ΜΕΡΟΣ Α:** Αποτελείται από 8 ασκήσεις. Να λύσετε μόνο τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

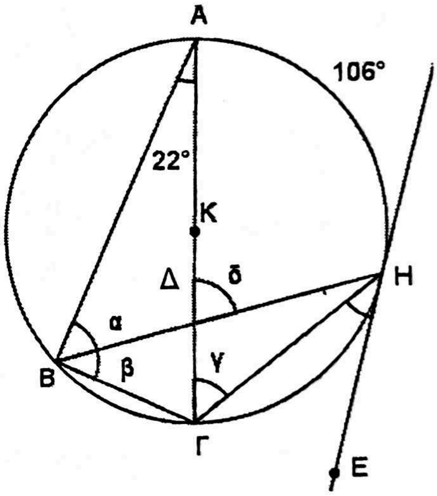
**Α1** Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \dfrac{\sqrt[3]{125x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[12]{x^3} \cdot x^{\frac{1}{4}}}$.

**Α2** **α)** Να δείξετε οτι $\left(3-\sqrt{2+\sqrt{13}}\right)\left(3+\sqrt{2+\sqrt{13}}\right) = 7-\sqrt{13}$

**β)** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{7+\sqrt{13}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2+\sqrt{13}}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{2+\sqrt{13}}}$$

**Α3** Να υπολογίσετε τις γωνίες α, β, γ, δ και την $\Gamma\hat{H}E$, αν $\overset{\frown}{AH} = 106^\circ$, $B\hat{A}\Gamma = 22^\circ$, ΑΓ διάμετρος και η ΕΗ εφαπτομένη του κύκλου στο Η.




**Α4** Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \dfrac{11}{4+\sqrt{5}}$ και $B = \dfrac{11}{4-\sqrt{5}}$. Να αποδείξετε οτι: **α)** $A+B = 8$ **β)** $A \cdot B = 11$ **γ)** $\dfrac{A}{B} = \dfrac{21-8\sqrt{5}}{11}$

**Α5** Αν $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ είναι οι γωνίες τριγώνου ΑΒΓ, να δείξετε ότι

$$\varepsilon\varphi\left(\frac{\hat{A}+\hat{B}}{2}\right) = \sigma\varphi\frac{\hat{\Gamma}}{2}.$$

**Α6** Αν για τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ ισχύει ότι $\sqrt{3}-1<\kappa<1$ και $\frac{1+\sqrt{3}}{4}<\lambda<1$, να δείξετε ότι για την παράσταση $A=\kappa^2+8\lambda$ ισχύει ότι $6<A<9$ .

**Α7** Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x)=3\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sigma\upsilon\nu(\pi+x)-\frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}+2$$

**α)** Να αποδείξετε οτι $f(x)=3\sigma\upsilon\nu x+2$

**β)** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης.

**γ)** Να αποδείξετε οτι η $f(x)$ είναι περιοδική με περίοδο 2π.

**Α8** Αν $\sigma\varphi(90^\circ-\theta)=-\epsilon\varphi(180^\circ+\theta)-\sqrt{2}$ και $90^\circ<\theta<180^\circ$ να δείξετε ότι:

**α)** $\epsilon\varphi\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

**β)** χωρίς να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\theta}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A=\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta}-\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1+\eta\mu\theta}$.

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 4 ασκήσεις. Να λύσετε μόνο τις 3 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

**Β1** Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A=\eta\mu^2(\pi-x)+\sigma\upsilon\nu(\pi-x)\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi-x)+2\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

και $B=\eta\mu^4x+\sigma\upsilon\nu^4x+3\eta\mu^2x\cdot\sigma\upsilon\nu^2x$.

**α)** Να δείξετε ότι :

**i)** $A=1+\sigma\upsilon\nu x$ **ii)** $B=1+\eta\mu^2x\cdot\sigma\upsilon\nu^2x$

**β)** Να λύσετε την εξίσωση: $16A^4-1=0$, για $0<x<2\pi$.

**B2** Δίνονται δύο κύκλοι $(A, R_1)$ και $(B, R_2)$ με $R_1 = \sqrt[4]{5}$, $R_2 = \sqrt[3]{\sqrt{11}}$

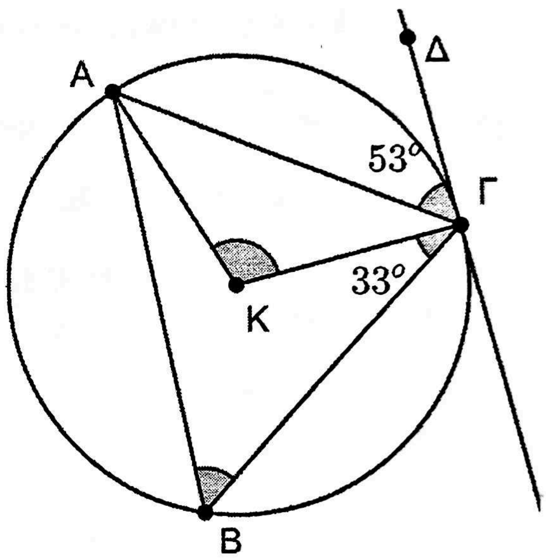
**α)** να δείξετε οτι $R_1 > R_2$.

**β)** να βρείτε μεταξύ ποιων ακεραίων βρίσκονται οι παραστάσεις $R_1$, $R_2$.

**γ)** Αν η διάκεντρος των δύο κύκλων είναι ίση με $\delta = 10 - 3 \cdot 11^{\frac{1}{6}}$ να δείξετε οτι οι δύο κύκλοι είναι ξένοι εξωτερικά.

**B3** Στον διπλανό κύκλο $(K, R)$ η ΓΔ είναι εφαπτομένη και είναι: $\Delta\hat{\Gamma}A = 53^\circ$, $K\hat{\Gamma}B = 33^\circ$, $\Gamma\hat{B}A = (3x^4 + 5)^\circ$, $\widehat{AB} = \left(23\sqrt{y^3 + 9} + 2\right)^\circ$ και $B\hat{A}\Gamma = 3z^{\frac{2}{3}} + 9$.

Να βρείτε τις τιμές των x, y και z.




**B4** Να βρείτε την τιμή της γωνίας θ, με $180^\circ < \theta < 360^\circ$, αν ισχύει:

$\sqrt{4\eta\mu^2\theta - 3} + \sqrt{2\sigma\upsilon\nu\theta + 1} = 0$.