

Ασκήσεις στην τριγωνομετρία (διπλάσιο γωνίας)

1. Αν $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ και $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, να υπολογίσετε:

α) $\sin 2\theta$

β) $\eta\mu 2\theta$

γ) $\epsilon\phi 2\theta$

2. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $\frac{\eta\mu 2x}{1 - \cos 2x} = \sigma\phi x$

β) $\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \sigma\phi^2 x$

γ) $\frac{\sigma\phi^2 a - 1}{\sigma\phi^2 a + 1} = \sin 2a$

δ) $\frac{\eta\mu 2a}{1 - \cos 2a} + \frac{1 + \cos 2a}{\eta\mu 2a} = 2\sigma\phi a$

ε) $\frac{\eta\mu 8\theta}{\eta\mu 2\theta} = 4\sin 2\theta \cdot \sin 4\theta$

στ) $\frac{\eta\mu 3a}{\eta\mu a} - \frac{\sin 3a}{\sin a} = 2$

ζ) $\frac{1 - \epsilon\phi x}{1 + \epsilon\phi x} = \frac{1 - \eta\mu 2x}{\sin 2x}$

η) $\frac{\epsilon\phi^2 2a - \epsilon\phi^2 a}{1 - \epsilon\phi^2 2a \cdot \epsilon\phi^2 a} = \epsilon\phi 3a \cdot \epsilon\phi a$

3. Αν $\eta\mu x - \sin x = \frac{1}{5}$ να βρεθεί το $\eta\mu 2x$.

4. Να αποδείξετε ότι: $\frac{2}{(1 + \epsilon\phi a)(1 + \sigma\phi a)} = \frac{\eta\mu 2a}{1 + \eta\mu 2a}$.

5. Να αποδείξετε ότι: $\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} + a\right) - \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - a\right) = 2\epsilon\phi 2a$

6. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $\frac{1 + \eta\mu 2\theta - \sin 2\theta}{1 + \eta\mu 2\theta + \sin 2\theta} = \epsilon\phi \theta$

β) $\frac{4\sigma\phi a (\sigma\phi^2 a - 1)}{(1 + \sigma\phi^2 a)^2} = \eta\mu 4a$

7. Χωρίς τη χρήση πινάκων να δείξετε ότι:

$$\frac{1}{\eta\mu 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 10^\circ} = 4$$

8. Αν $\epsilon\phi\alpha = \frac{\eta\mu 2\beta}{1 - \sigma\upsilon\nu 2\beta}$ να δείξετε ότι: $\epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta = 1$

9. Αν $\frac{\epsilon\phi(\alpha + \beta)}{\epsilon\phi(\alpha - \beta)} = \nu$ να δείξετε ότι $\frac{\eta\mu 2\beta}{\eta\mu 2\alpha} = \frac{\nu - 1}{\nu + 1}$

1. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $\sigma\phi\alpha - \sigma\phi 2\alpha = \frac{1}{\eta\mu 2\alpha}$

β) $1 + \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi 2\alpha = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha}$

γ) $\epsilon\phi(45^\circ + \alpha) + \sigma\phi(45^\circ + \alpha) = 2\tau\epsilon\mu 2\alpha$

2. Αν $2\eta\mu 2\theta + \sigma\upsilon\nu 2\theta = 2$, να βρείτε την $\epsilon\phi\theta$.

3. Αν $2\epsilon\phi^2\beta = \epsilon\phi^2\alpha - 1$, να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu 2\beta = 1 + 2\sigma\upsilon\nu 2\alpha$.

4. Α $\epsilon\phi\frac{\alpha}{2} = \sqrt{2} - 1$ να υπολογίσετε το $\eta\mu\alpha$ και $\sigma\upsilon\nu\alpha$.

5. Αν $\epsilon\phi\frac{x}{2} = t$ να δείξετε ότι:

$$\frac{2}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x + 1} = \frac{1 + t^2}{1 + t}$$