



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
-------------------------------------

**Ενότητα 1: Αξιοσημείωτες Ταυτότητες**

1. Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα με τη βοήθεια των ταυτοτήτων:

$$(α) (x+5)^2 =$$

$$(β) (x-2)^2 =$$

$$(γ) (7-2x)^2 =$$

$$(δ) (4α+β)^2 =$$

$$(ε) (x+4)(x-4) =$$

$$(στ) (3x-y)(3x+y) =$$

$$(ζ) (2β+5)(5-2β) =$$

$$(η) (x+2)^3 =$$

$$(θ) \left(x - \frac{y}{2}\right) \left(x + \frac{y}{2}\right) =$$

$$(ι) \left(\frac{2}{x} + \frac{x}{2}\right)^2 =$$

2. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $P(x) = (x-3)^2 + (3x+1)^2 - 10(x-1)(x+1)$  είναι σταθερό.

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(α) (x-4)^2 + (2x+5)^2 =$$

$$(β) (x^2-1)^2 - (x^2-3)(x^2+3) =$$

$$(γ) (α^2+α)^3 - (α^2-α)^3 =$$

$$(δ) (4x-1)^2 - x(6x+1)(6x-1) =$$



4. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$$(α) (x-2)(x+2) + (x-2)^2 = 2(x-1)^2 - 2$$

$$(β) (x-2)^3 + 20x^2 + 17 = (2x-3)^2 + x(x+5)^2 - x + 16$$

5. Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για  $x = -2$

$$(2x+1)^3 - 2x(3x+1) \cdot (3x-1) - (3x-2)^2$$

6. Αν  $2\alpha - \beta = 7$  και  $\alpha \cdot \beta = 10$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης  $4\alpha^2 + \beta^2$ .

7. Αν  $x - \frac{3}{x} = 4$ , να δείξετε ότι:  $x^3 - \frac{27}{x^3} = 100$

### Ενότητα 2: Παραγοντοποίηση - Ρητές Αλγεβρικές Παραστάσεις

1. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα

$$(α) 12x^2y + 6xy^2 - 3xy =$$

$$(β) x(x+y) - y(x+y) =$$

$$(γ) \alpha x + \alpha y + 3x + 3y =$$

$$(δ) x^2 - 16 =$$

$$(ε) (\alpha - 2\beta)^2 - 4\beta^2 =$$

$$(στ) \alpha^3 - 8 =$$

$$(ζ) x^2 + 5x + 4 =$$

$$(η) x^2 - 2x - 15 =$$

$$(θ) 16y^2 - 24y + 9 =$$

2. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$α) x^2 - 9 + 10xy + 25y^2 =$$

$$β) 9\alpha^2 - 4x^2 - 4x - 1 =$$



γ)  $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2xy =$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $(x-5)(x+6) = 0$

β)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

γ)  $x^2 - 25 = 0$

δ)  $x^3 + x^2 - 12x = 0$

ε)  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

(στ)  $\frac{2}{x-3} - \frac{x-4}{x^2-9} = \frac{x+1}{x^2+3x}$

(ζ)  $\frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{2x} = 2$

4. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

(α)  $\frac{x^5 y^3 \omega}{x^2 y^6 \omega^5} =$

(β)  $\frac{x^2 + 6x}{x^2 - 36} =$

(γ)  $\frac{9x^2 + 12x + 4}{6x + 4} =$

(δ)  $\frac{xy - 2x - 3y + 6}{x^2 - 2x - 3} =$

5. Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

(α)  $\frac{4x^2 - 9}{2x + 2} \cdot \frac{x^2 - 1}{4x - 6} =$

(β)  $\frac{x^2 - 100}{10 - x} \cdot \frac{x}{x + 10} =$

ΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



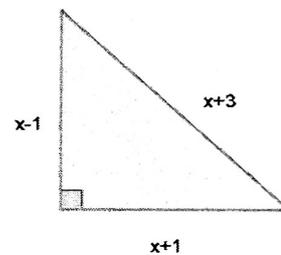
$$(γ) \frac{x^2 - 25}{2x^2 + 10x} : \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 4x} =$$

$$(δ) \frac{2x}{x^2 - 25} + \frac{1}{5 - x} - \frac{3}{x^2 + 5x}$$

$$(ε) \frac{3x^2 - 3}{x^3 + x^2 - 2x} : \left( \frac{3}{x^2 - 4} + \frac{1}{x + 2} \right) =$$

$$(στ) \frac{\frac{x^2 - 16}{x^2 + 3x - 4}}{\frac{x^2 - 4x}{x^2}}$$

6. Να βρείτε τη τιμή του  $x$  στο διπλανό σχήμα.



7. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα ορθογώνιο με εμβαδόν 150 τετραγωνικά μέτρα. Αν το μήκος του είναι 5 μέτρα μεγαλύτερο από το πλάτος του να βρείτε πόσα μέτρα συρματόπλεγμα χρειάζονται για την περιφραγή του.

### Ενότητα 3 :Γεωμετρία- Ίσα τρίγωνα

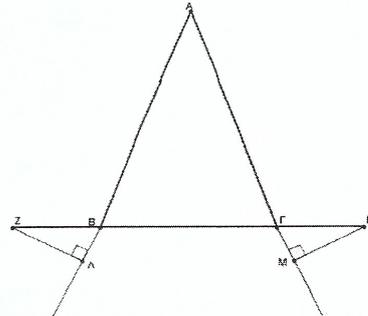
1. Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Σ, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Λ, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής.

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.	Σ	Λ
β) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.	Σ	Λ
γ) Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο γωνίες και μια πλευρά αντίστοιχες ίσες.	Σ	Λ
δ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν ίσες τις υποτεινούσες τους τότε είναι ίσα.	Σ	Λ

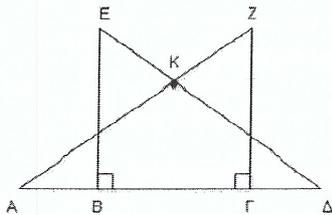


2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $A\Delta$  ύψος του. Προεκτείνουμε το ύψος προς το μέρος του  $\Delta$  και παίρνουμε τμήμα  $\Delta E = A\Delta$ . Να δείξετε ότι  $AB = \Gamma E$ .
3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Να δείξετε ότι τα ύψη  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  είναι ίσα.
4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Έστω  $\Delta$  και  $E$  τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Πάνω στις προεκτάσεις της  $B\Gamma$  προς  $B$  και  $\Gamma$  παίρνουμε τμήματα  $BZ = \Gamma P$ .  
Να δείξετε ότι:  
α) Τα τρίγωνα  $B\Delta P$  και  $\Gamma E Z$  είναι ίσα  
β) Αν  $O$  το σημείο τομής των  $Z E$  και  $\Delta P$  να δείξετε ότι το τρίγωνο  $ZOP$  είναι ισοσκελές.
5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Αν  $M$  και  $\Lambda$  είναι μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα να δείξετε ότι :  
α)  $B\Lambda = \Gamma M$   
β) Τα  $M$  και  $\Lambda$  απέχουν ίση απόσταση από την πλευρά  $B\Gamma$ .

6. Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) προεκτείνουμε τη βάση  $B\Gamma$  κατά τμήματα  $BZ = \Gamma H$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $Z\Lambda$  και  $H M$  αποστάσεις από τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα να δείξετε ότι  $Z\Lambda = H M$ .

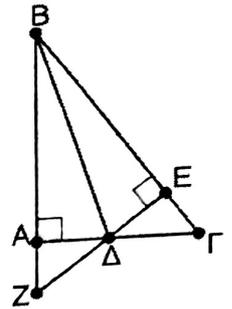


7. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο  $K\Lambda\Delta$  είναι ισοσκελές με  $K\Lambda = K\Delta$ . Αν  $K E \perp A\Delta$  και  $K Z \perp A\Delta$ , να δείξετε ότι  $B\Delta = A\Gamma$ .





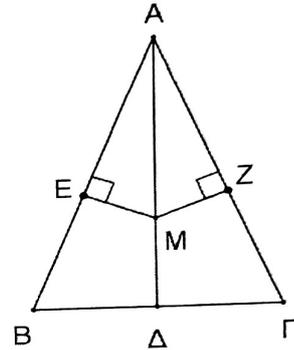
8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A = 90^\circ$ ) η διχοτόμος  $B\Delta$  και  $\Delta E \perp B\Gamma$ . Έστω  $Z$  το σημείο στο οποίο η ευθεία  $E\Delta$  τέμνει την προέκταση της  $BA$ . Να αποδείξετε ότι:



- α)  $AB=BE$    β)  $AZ=EG$    γ) Το τρίγωνο  $B\Gamma Z$  είναι ισοσκελές

9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ). Από τυχαίο σημείο  $M$  της διχοτόμου  $A\Delta$  φέρουμε  $ME \perp AB$  και  $MZ \perp A\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:

- (α)  $ME=MZ$   
(β) το τρίγωνο  $BM\Gamma$  είναι ισοσκελές.

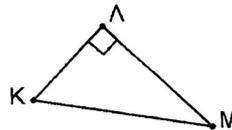


**Ενότητα 4: Τριγωνομετρία**

1. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) είναι  $\eta\mu\Gamma = \frac{8}{10}$ . Να υπολογίσετε το  $\sigma\upsilon\nu\Gamma$  και την  $\epsilon\phi B$ .

2. Να γράψετε με ποιο τριγωνομετρικό αριθμό ( $\eta\mu$ ,  $\sigma\upsilon\nu$ ,  $\epsilon\phi$ ) είναι ίσοι οι πιο κάτω λόγοι στο τρίγωνο  $K\Lambda M$ .

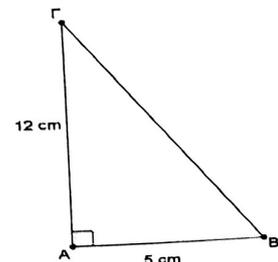
α)  $\frac{K\Lambda}{KM} = \dots\dots \hat{M}$



β)  $\frac{\Lambda M}{K\Lambda} = \dots\dots \hat{K}$

3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $A\Gamma = 12 \text{ cm}$

να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\Gamma$ .





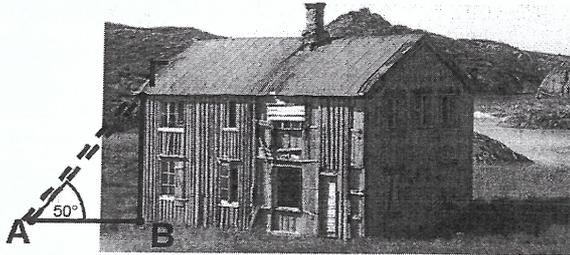
4. Στο πιο κάτω σχήμα, ο εργάτης για να επισκευάσει το σπίτι χρησιμοποιεί σκάλα μήκους 4m. Αν η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι  $50^\circ$ , να υπολογίσετε το ύψος του τοίχου.

Δίνονται:

$$\eta\mu 50^\circ \cong 0,766$$

$$\sigma\upsilon\nu 50^\circ \cong 0,643$$

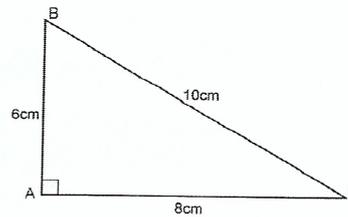
$$\epsilon\varphi 50^\circ \cong 1,19$$



5. Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\hat{B}$  :

(α)  $\eta\mu \hat{B} =$        $\sigma\upsilon\nu \hat{B} =$        $\epsilon\varphi \hat{B} =$

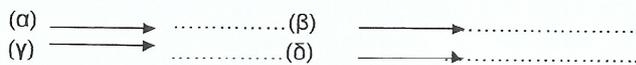
- (β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας  $\hat{B}$ , με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου.



**Ενότητα 5: Ευθεία-Γραμμικά Συστήματα**

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε ζευγάρι ευθειών της πρώτης στήλης με τη θέση που τους αντιστοιχεί στη δεύτερη στήλη.

A	B
(α) $\epsilon_1 : y = 2x + 2$ $\epsilon_2 : 2y = 4x - 2$	i. Οι ευθείες τέμνονται.
(β) $\epsilon_1 : 4y = 8x - 4$ $\epsilon_2 : 2y = 4x - 2$	ii. Οι ευθείες είναι παράλληλες.
(γ) $\epsilon_1 : y = 2x + 2$ $\epsilon_2 : 2y = 2x - 2$	iii. Οι ευθείες συμπίπτουν
(δ) $\epsilon_1 : -2y = x + 2$ $\epsilon_2 : 2y = 4x - 2$	iv. Οι ευθείες τέμνονται κάθετα



ΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



2. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο  $(2, -4)$  και είναι παράλληλη με την ευθεία  $\epsilon: \chi + 4\psi = 5$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $(3, 0)$  και είναι κάθετη με την  $\epsilon: \psi = -3\chi + 5$

4. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου  $\mu \in \mathbb{R}$ , έτσι ώστε οι ευθείες

$$\epsilon_1: (\mu - 2)\chi - \psi = 7 \text{ και } \epsilon_2: 8\chi + 2\psi = 3 \text{ να είναι παράλληλες.}$$

5. Δίνονται οι ευθείες  $\epsilon_1: y = (3\mu - 1)x + 3$  και  $\epsilon_2: 2x - 5y = 1$ . Αν οι ευθείες είναι κάθετες, να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου  $\mu \in \mathbb{R}$ .

6. Δίνονται τα σημεία  $A(2, 3)$  και  $B(-2, 5)$ . Να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$

(β) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$

(γ) την κλίση της ευθείας  $AB$

(δ) την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon_1$  που διέρχεται από το σημείο  $B$  και είναι κάθετη στην ευθεία  $AB$

(ε) τη θέση των ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2: 4x - 2y = 12$ .

7. Να λύσετε τα πιο κάτω συστήματα:

$$(α) \begin{cases} \chi - 3\psi = 11 \\ 5\chi + 2\psi = 4 \end{cases}$$

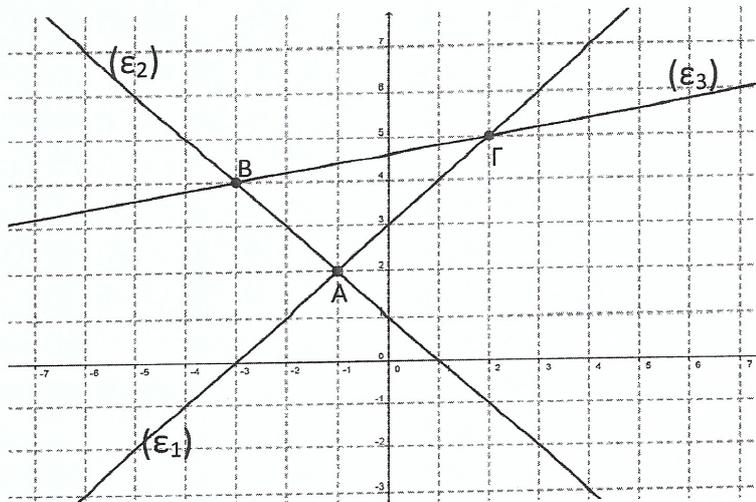
$$(β) \begin{cases} 2\psi - 5\chi = -26 \\ 3\psi + 5\chi = 11 \end{cases}$$

$$(γ) \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

$$(δ) \begin{cases} \frac{2\chi - \psi}{4} - \frac{4\chi - 2\psi}{3} = \frac{5}{12} \\ 8\chi + 3(\psi - \chi) = 36 \end{cases}$$



8. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών ευθειών  $(\epsilon_1)$ ,  $(\epsilon_2)$  και  $(\epsilon_3)$ .



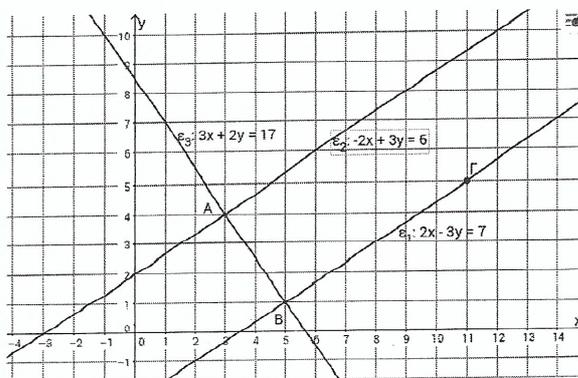
- (α) Να βρείτε τα σημεία τομής A, B και Γ των ευθειών  $(\epsilon_1)$ ,  $(\epsilon_2)$  και  $(\epsilon_3)$ .
- (β) Να βρείτε την κλίση της ευθείας  $(\epsilon_3)$
- (γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας  $(\epsilon_3)$  είναι η  $5y - x = 23$
- (δ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο
- (ε) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  και είναι παράλληλη με την ΒΓ.

9. Στη διπλανή γραφική παράσταση παριστάνονται οι ευθείες  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  και  $\epsilon_3$  με εξισώσεις:

$\epsilon_1: 2x - 3y = 7$ ,  $\epsilon_2: -2x + 3y = 6$

και  $\epsilon_3: 3x + 2y = 17$  αντίστοιχα.

- (α) Να δείξετε ότι  $\epsilon_1 \perp \epsilon_3$ .
- (β) Να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ , δικαιολογώντας την απάντησή σας.
- (γ) Να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΒΓ.
- (δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.





10. Σε μια κατασκήνωση υπάρχουν 260 παιδιά, τα οποία μένουν σε 50 σκηνές των 4 ατόμων και 6 ατόμων. Αν όλες οι σκηνές είναι γεμάτες να βρείτε πόσες είναι οι σκηνές των 4 ατόμων και 6 ατόμων.

11. Ο κερματοδέκτης ενός μηχανήματος πώλησης αναψυκτικών δέχεται κέρματα του ενός ευρώ και δύο ευρώ. Όταν ανοίχτηκε, διαπιστώθηκε ότι περιείχε 80 κέρματα συνολικής αξίας 95 ευρώ. Πόσα κέρματα από κάθε είδος υπήρχαν;

12. Σε μια επίσκεψη σ' ένα μουσείο πήραν μέρος 30 άτομα, ενήλικες και παιδιά. Το εισιτήριο για τους ενήλικες κόστιζε 8 ευρώ και για τα παιδιά 5 ευρώ. Αν όλοι μαζί πλήρωσαν 204 ευρώ να βρείτε πόσοι ενήλικες και πόσα παιδιά έλαβαν μέρος στην επίσκεψη.

**Ενότητα 9: Παραλληλόγραμμα και Τραπέζια**

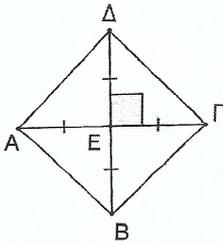
1. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

α) Οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Οι διαγώνιοι ενός τραπέζιου διχοτομούνται.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) Οι απέναντι πλευρές ενός τετραγώνου είναι ίσες.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) Ένα τετράγωνο είναι και ορθογώνιο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι ίσο και παράλληλο προς την τρίτη πλευρά του τριγώνου.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

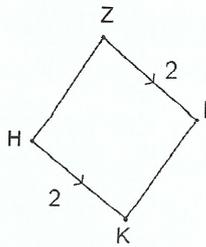


2. Δίνονται τα πιο κάτω τετράπλευρα. Να αντιστοιχίσετε κάθε σχήμα της στήλης Α με ένα τετράπλευρο από τη στήλη Β.

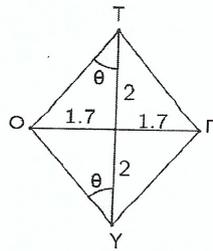
(α)



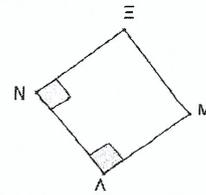
(β)



(γ)



(δ)



Στήλη Α	Στήλη Β
(α) ΑΒΓΔ τετράπλευρο	(i) Τραπέζιο
(β) ΖΙΚΗ τετράπλευρο	(ii) Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο
(γ) ΤΠΥΟ τετράπλευρο	(iii) Παραλληλόγραμμο
(δ) ΝΞΜΛ τετράπλευρο	(iv) Ρόμβος
	(v) Τετράγωνο

(α) →	(β) →	(γ) →	(δ) →
-------	-------	-------	-------

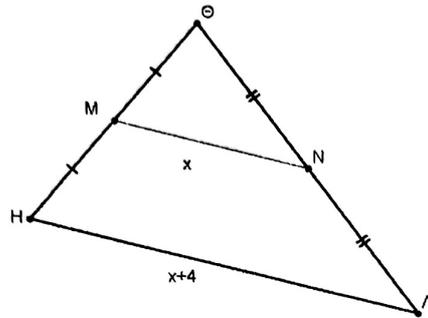
- Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε τη ΔΓ προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΔΓ=ΓΕ. Να αποδείξετε ότι το ΑΒΕΓ είναι παραλληλόγραμμο.
- Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Η παράλληλη από το Δ προς την ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Αν η παράλληλη από το Ε προς τη ΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Ζ, να αποδείξετε ότι:
  - ΒΖΕΔ παραλληλόγραμμο
  - ΑΕ=ΒΖ.
- Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε την ΑΒ κατά τμήμα ΑΔ=ΑΒ και την ΑΓ κατά τμήμα ΑΕ=ΑΓ. Να δείξετε ότι το ΒΓΔΕ είναι ορθογώνιο.
- Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και η διάμεσος του ΑΔ.
  - Αν Ε και Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ να δείξετε ότι ΑΕΔΖ ορθογώνιο.
  - Αν Μ είναι το μέσο της ΕΖ να δείξετε ότι  $DM = \frac{BG}{4}$ .



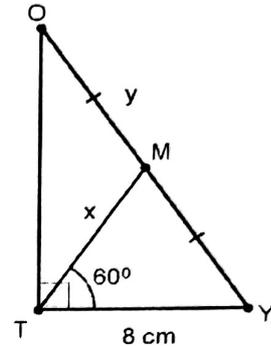
7. Στα παρακάτω σχήματα να

υπολογίσετε τα  $x$  και  $y$

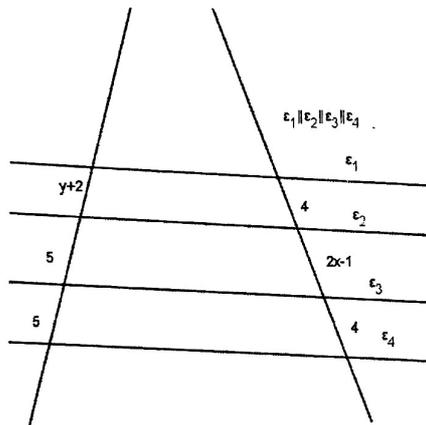
α)



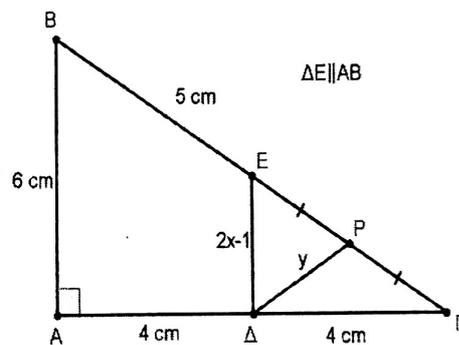
β)



γ)



δ)

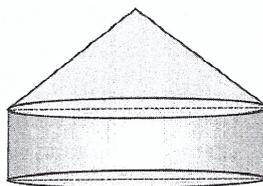


### Ενότητα 7: Στερεομετρία

1. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 cm, πλάτος 3 cm και όγκο  $120 \text{ cm}^3$ .  
Να βρείτε το ύψος και το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του.
2. Ένας κύβος έχει όγκο  $125 \text{ cm}^3$ . Να βρείτε:  
α) το μήκος της ακμής  $a$  του κύβου β) το εμβαδό της ολικής του επιφάνειας  
γ) τη διαγώνιο.
3. Τριγωνικό πρίσμα με βάση ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με κάθετες πλευρές  $AB=3\text{m}$  και  $AG=4\text{m}$  έχει ύψος ίσο με την υποτείνουσα BΓ του τριγώνου ABΓ.  
Να υπολογίσετε:  
α) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του πρίσματος.  
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του και γ) τον όγκο του πρίσματος.



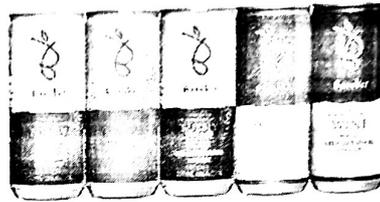
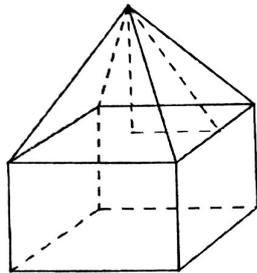
4. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει βάση τετράγωνο με πλευρά 12cm και ύψος 10cm. Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.
5. Ένα δοχείο με σχήμα κώνου που έχει ύψος 20cm και ακτίνα βάσης 10cm είναι γεμάτη νερό. Αδειάζουμε το παραπάνω δοχείο σε ένα άλλο δοχείο, που έχει σχήμα κύβου με ακμή 20cm. Να εξετάσετε αν θα ξεχειλίσει το νερό ή όχι.
6. Μια κλειστή δεξαμενή αποθήκευσης καυσίμων έχει σχήμα κυλίνδρου με ύψος 20m και ακτίνα βάσης 30m. Είναι κατασκευασμένη από ειδική λαμαρίνα που κοστίζει €5 το τετραγωνικό μέτρο. Ποιο είναι το κόστος της λαμαρίνας για την κατασκευή της δεξαμενής;
7. Η στέγη της κεντρικής σκηνής ενός τσίρκου έχει σχήμα κώνου με διάμετρο βάσης 40m και ύψος 15m. Πόσα τετραγωνικά μέτρα πλαστικοποιημένου υφάσματος χρειάστηκαν για την κατασκευή της;



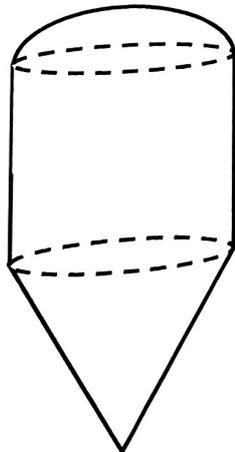
8. Οι διαστάσεις ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2, 3 και 4. Το άθροισμα τους είναι 36 m. Να υπολογίσετε:
  - α) τις διαστάσεις του
  - β) τον όγκο του και
  - γ) την ολική του επιφάνεια
9. Πρίσμα έχει βάση ρόμβο με διαγωνίους 6 dm και 8 dm. Αν το ύψος του είναι 10 dm, να υπολογίσετε:
  - α) τον όγκο του και
  - β) την ολική του επιφάνεια.
10. Ο όγκος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι ίσος με  $384 \text{ cm}^3$  και η πλευρά της βάσης της είναι 12 cm. Να υπολογίσετε: α)  $E_{\pi}$ , β)  $E_{\text{ολ}}$ .



11. Ένας παραγωγός γεμίζει πλήρως και αποθηκεύει το κρασί του σε δοχείο σχήματος όπως φαίνεται πιο κάτω. (κύβος και πυραμίδα). Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της πυραμίδας είναι  $6000\text{cm}^2$  και το παράπλευρο ύψος  $h=50\text{cm}$ . Μετά την πάροδο κάποιου χρονικού διαστήματος ο παραγωγός αδειάζει το κρασί σε κυλινδρικά δοχεία. Τα κυλινδρικά δοχεία έχουν ακτίνα βάσης  $5\text{cm}$  και ύψος  $16\text{cm}$ .  
 Να βρείτε πόσα τέτοια δοχεία θα γεμίσουν **πλήρως**.



12. Ο κύριος Γιάννης είναι κτηνοτρόφος και αποφάσισε να φτιάξει μια κατασκευή για την αποθήκευση των σιτηρών. Η κατασκευή αποτελείται από έναν κύλινδρο που έχει ένα ημισφαίριο στη μία βάση και έναν κώνο στην άλλη βάση (όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα). Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι  $15\pi\text{ m}^2$ , η γενέτειρα του είναι ίση με  $5\text{m}$  και το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με  $6\text{m}$ . Ο κύριος Γιάννης για να φτιάξει την πιο κάτω κατασκευή θα χρησιμοποιήσει φύλλα λαμαρίνας σχήματος ορθογωνίου, διαστάσεων  $2\text{m}$  και  $3\text{m}$ . Κάθε φύλλο λαμαρίνας στοιχίζει  $\text{€}8$ .  
 (α) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κυλίνδρου είναι  $3\text{m}$ .  
 (β) Να υπολογίσετε: i. Πόσα φύλλα λαμαρίνας θα χρειαστεί.  
 ii. Πόσα θα στοιχίσει η κατασκευή.



ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ!!!!!!!!!!!!

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: ..... ΤΜΗΜΑ: ..... ΑΡ.: .....

ΤΑΞΗ: Γ'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Τετάρτη, 29 / 05 / 2019

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες

ΩΡΑ: 7:45 π.μ. - 9:45 π.μ.

ΒΑΘΜΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ: .....

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ: .....

ΥΠΟΓΡ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ / ΤΡΙΑΣ: .....

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.  
(β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).  
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.  
(δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

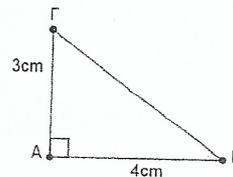
Να λύσετε **και τις δέκα (10)** ασκήσεις του Μέρους Α'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.

1. Να βρείτε τα αναπτόγματα:

(α)  $(\omega + 3)^2 =$

(β)  $(\alpha - 2)(\alpha + 2) =$

2. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

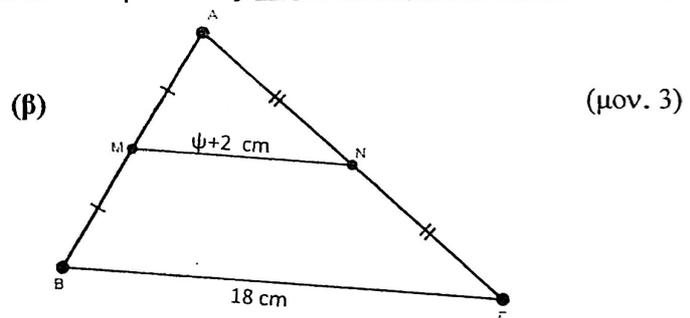
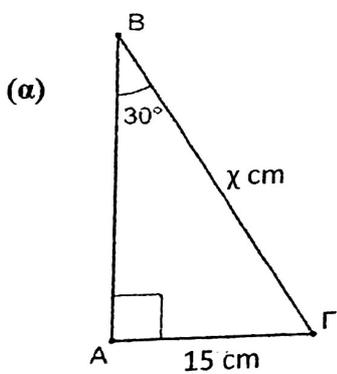


3. Να λύσετε την εξίσωση:  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

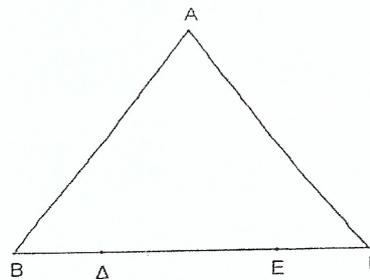
4. Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων:
- $$\begin{cases} 3\chi - \psi = 7 \\ 2\chi + 3\psi = 1 \end{cases}$$

5. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης  $6\text{ cm}$  και το παράπλευρο ύψος της είναι  $5\text{ cm}$ .  
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας.

6. Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\chi, \psi$  στις πιο κάτω περιπτώσεις. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



7. Δεδομένα	Ζητούμενα
$\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο $AB = A\Gamma$ $B\Delta = \Gamma E$	$\triangle A\Delta E$ ισοσκελές τρίγωνο



8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon$ ), η οποία περνά από το σημείο  $(-2,3)$  και είναι παράλληλη με την ευθεία ( $\epsilon_1$ ):  $3x - 2y = -7$ .

9. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

(α)  $x^2 + 2x - 15 + x\psi + 5\psi =$

(β)  $x^2(x-3) + 9(3-x) =$

10. Να αποδείξετε ότι η τιμή της πιο κάτω παράστασης  $K$ , είναι ίση με  $K = (x - \psi)^2$ .

$$K = \frac{\frac{x^4 - \psi^4}{x\psi}}{\frac{x - \psi}{\psi - x}} - 2x\psi$$

**ΜΕΡΟΣ Β'**

Να λύσετε **και τις πέντε (5)** ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα (10) μονάδες**.

1. (α) Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{2x-1}{x^2-x-12} + \frac{5-x}{4-x} = \frac{6}{x+3}$  (μον. 6)

(β) Δίνεται η παράσταση:  $A(x) = (x-2)^3 - x(x-4)^2 + 8$

Να δείξετε ότι  $A(x) = 2x(x-2)$ . (μον. 4)

2. (α) Μια οικογενειακή επιχείρηση παράγει καθημερινά 120 λίτρα ελαιόλαδο. Το ελαιόλαδο αποθηκεύεται σε δοχεία των δύο λίτρων και των πέντε λίτρων. Αν όλα τα δοχεία είναι 30, να βρείτε πόσα δοχεία από κάθε είδος χρειάζονται καθημερινά. (Να χρησιμοποιήσετε σύστημα εξισώσεων).

(β) Να κάνετε τις πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις:

$$\left(\frac{4}{\alpha-3} - \frac{1}{\alpha+3}\right) \div \frac{\alpha^2+10\alpha+25}{\alpha^2-9} =$$

3. Δίνονται οι κορυφές τετράπλευρου  $A(7, -1)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $\Gamma(-1, 5)$  και  $\Delta(6, 2)$ .

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας σε όλα τα ερωτήματα.

(α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο.

(μον. 4)

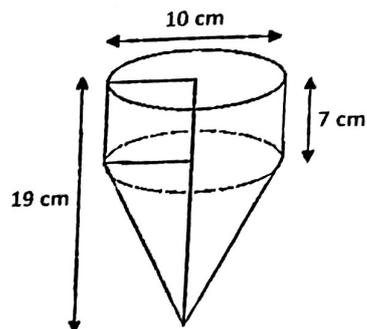
(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου  $O$  του παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$ .

(μον. 3)

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  που περνά από την κορυφή  $\Delta$  και είναι κάθετη στη διαγώνιο  $A\Gamma$ .

(μον. 3)

4. Ένα γυάλινο δοχείο γεμάτο με κανέλα, αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο με διαστάσεις σε cm όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα:



(μον. 4)

- (α) Να υπολογίσετε τον όγκο του δοχείου.  
( η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτησί του  $\pi$  )

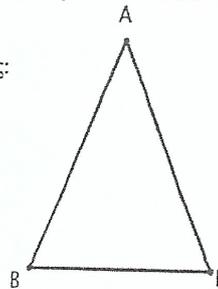
- (β) Αν το δοχείο είναι ανοικτό από πάνω και το υλικό κατασκευής του κοστίζει 40 σεντ το  $\text{cm}^2$ , να υπολογίσετε το συνολικό κόστος του υλικού που θα χρειαστεί για την κατασκευή 10 τέτοιων δοχείων.  
(μον. 4)

- (γ) Το περιεχόμενο του δοχείου θα τοποθετηθεί σε γυάλινα κουτάκια σχήματος κύβου με ακμή βάσης ίση με 5cm. Να βρείτε πόσα κουτάκια θα γεμίσουν.  
(μον. 2)

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ) και  $M$  τυχαίο σημείο της διαμέσου  $AD$ . Τα σημεία  $E, Z$  είναι τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε τα πιο κάτω δικαιολογώντας όλες τις απαντήσεις σας:

(α)  $ME=MZ$



(μον. 4)

- (β) Οι αποστάσεις  $EH$  και  $Z\Theta$  από τη βάση  $B\Gamma$  είναι ίσες.

(μον. 3)

- (γ) Το τετράπλευρο  $EZ\Theta H$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(μον. 3)

