

2

ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΟΥ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΛΑΚΑΤΑΜΕΙΑΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2020-2021

Προεידοδοποιημένη Γραπτή Αξιολογήση στα Μαθηματικά

Ενότητα 1: Πραγματικοί Αριθμοί

Α ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ημερομηνία: 19/10/2020

Βαθμός:

Διάρκεια: 40'

Υπ. Κηδεμόνα:

Όνοματεπώνυμο:

Τμήμα:

ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

1. (α) Να δώσετε τον ορισμό της νιοστής ρίζας πραγματικού αριθμού.

(β) Να αποδείξετε την μεταβατική ιδιότητα διάταξης των πραγματικών αριθμών:

Αν $x > y$ και $y > z$, τότε $x > z$ για κάθε $x, y, z \in \mathbb{R}$.

(5 μόν.)

2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

(10 μόν.)

(α) Αν $x < 0$, τότε $\sqrt{4x^2} =$ i) $2x$ ii) $4x$ iii) $-2x$ iv) $-4x$ (β) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} =$

i) 6

ii) $\sqrt[3]{6}$ iii) $\sqrt[6]{6}$ iv) $\sqrt[6]{108}$ (γ) Αν $x > 0$, τότε $\sqrt[5]{\sqrt{x^{15}}} =$ i) x^3 ii) x^5 iii) $x\sqrt{x}$ iv) $x^2\sqrt{x}$ (δ) Η εξίσωση $x^{\frac{1}{2}} = 5$, $x > 0$, έχει λύση το:

i) 5

ii) 25

iii) $\sqrt{5}$ iv) -5 (ε) Αν $a > 0$, τότε $a^{-\frac{4}{5}} =$ i) $\sqrt[5]{a^4}$ ii) $\sqrt[5]{\frac{1}{a^4}}$ iii) $\sqrt[4]{a^5}$ iv) $\sqrt[4]{\frac{1}{a^5}}$ 3. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο $<$, $=$, $>$, ώστε οι σχέσεις να είναι αληθείς.

Να φαίνονται τα βήματα.

(10 μόν.)

(α) $5^{\frac{3}{4}} \dots 6^{\frac{3}{4}}$ (β) $0,7^{-\frac{1}{2}} \dots 0,9^{-\frac{1}{2}}$ (γ) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{8}{7}} \dots \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{8}{7}}$ (δ) $\sqrt[3]{4} \dots \sqrt[4]{5}$

4. Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε τις παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής. Να φαίνονται όλα τα ενδιάμεσα βήματα. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν με ρητό παρονομαστή. (20 μον.)

$$(α) \frac{5}{\sqrt{3}} =$$

$$(β) \frac{2^2}{\sqrt{\sqrt{5}-1}} =$$

$$(γ) \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} =$$

$$(δ) 5\sqrt{5} + 2\sqrt{20} - \sqrt{45} =$$

$$(ε) \sqrt[3]{2^{16}} \div 2^{\frac{7}{3}} + \sqrt[4]{\left(\frac{16}{81}\right)^{-2}} =$$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(25 μον.)

$$(α) x^3 = -125$$

$$(β) x^5 - 81x = 0$$

$$(γ) \sqrt[5]{2x-1} = 2, x \geq \frac{1}{2}$$

$$(δ) (3-x)^{\frac{4}{3}} + 1 = 17, x \leq 3$$

$$(ε) \sqrt{x+7} = -5, x \geq -7$$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(10 μον.)

$$(α) \sqrt{x-3} + \sqrt{x^2-9} = 0$$

$$(β) \sqrt{7-2x} - x + 2 = 0$$

7. Αν $3 < x < 5$ και $-4 < y < -2$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

(15 μον.)

$$(α) 2x + y$$

$$(β) x - \frac{4}{y}$$

$$(γ) x \cdot y$$

8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνεται ότι $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}m$, $E_{AB\Gamma} = \frac{3\sqrt{3}}{2}m^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ABΓ. (5 μον.)

(5 μον.)

BONUS (για όσους έχουν χρόνο): Αν $x > 1$, να δείξετε ότι $\frac{x+1}{1-x} < 1$

(5 μον.)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α' ΤΑΞΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1 : ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1) Αν $x > 0$ και $a > 0$, να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $\sqrt[3]{8x^6}$ β) $\sqrt[4]{32x^6}$ γ) $\sqrt{50a^{16}} : \sqrt{2a^3}$
 δ) $\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[12]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x}$ ε) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{7x^5}}\right)^6$ στ) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{2}$
 ζ) $\frac{\sqrt{50} + \sqrt{72}}{\sqrt{128} - \sqrt{32}}$ η) $\frac{\sqrt[3]{x^8}}{\sqrt[3]{3x} \cdot \sqrt[3]{9}}$

2) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3 = -64$ β) $x^4 - 40 = 41$ γ) $x^5 + 64x = 0$ δ) $(2x+1)^3 = 125, x > -\frac{1}{2}$
 ε) $\sqrt{5-x} = x-3$ στ) $\sqrt{3x-x+6} = 0$ ζ) $\sqrt{x^2-9} + \sqrt{x+3} = 0$

3) Αν $4 < x < 9$ και $-6 < y < -2$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

α) $2x+y$ β) $x-y$ γ) $x^2 \cdot y$ δ) $\frac{-2y}{\sqrt{x}}$ ε) $\frac{1}{x^2-2}$

4) Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητή παρονομαστή:

α) $\frac{9}{\sqrt{6}}$ β) $\frac{8}{\sqrt{5-3}}$ γ) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{6}{2\sqrt{5-3}}$

5) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), $(AB) = x$ cm και $(AG) = y$ cm. Αν 2 cm $< x < 7$ cm, 3 cm $< y < 10$ cm και Ε είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται το Ε.

6) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $H = \sqrt{4+\sqrt{7}}$ και $\Theta = \sqrt{4-\sqrt{7}}$

α) Αν $Z = H - \Theta$, να δείξετε ότι $Z^2 = 2$.

β) Να υπολογίσετε το $(Z - \sqrt{2})^{2022}$.

7) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt{7+2\sqrt{5}}$, $1+\sqrt{5}$.

8) Αν $\alpha = 3 + \sqrt{5}$ και $\beta = 3 - \sqrt{5}$, να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

i) $A = \alpha^2 - 3\alpha\beta + \beta^2$

ii) $B = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

ΕΝΟΤΗΤΑ 2 : ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

1) Δίνεται ότι $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

α) Να υπολογίσετε όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

→ β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 10 \text{ συν}(\pi + \theta) + 9 \text{ εφ}\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$

2) Αν $\text{εφ}\theta = -\frac{12}{5}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$A = \frac{26 \text{ συν}\theta + 10 \text{ τεμ}\theta}{12 \text{ σφ}\theta - 24 \text{ στεμ}\theta}$

3) Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

α) $[1 + \eta\mu(\pi - x)] \cdot \left[1 + \text{συν}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right] = \text{συν}^2 x$

β) $\frac{\sigma\phi x}{\sigma\eta\kappa x} - \frac{\epsilon\phi x}{\eta\mu x} = \sigma\tau\epsilon\mu x - \tau\epsilon\mu x$

γ) $\frac{1 - \sigma\phi^2 x}{1 + \sigma\phi^2 x} = 2 \eta\mu^2 x - 1$

δ) $\frac{\epsilon\phi(180^\circ - x) \cdot \epsilon\phi(90^\circ - x) \cdot \eta\mu(270^\circ + x)}{\tau\epsilon\mu(-x) \cdot \sigma\phi(180^\circ + x)} = \eta\mu x \cdot \sigma\eta\kappa x$

ε) $\frac{\eta\mu(\pi + \theta) \cdot \sigma\eta\kappa(2\pi - \theta) \cdot \epsilon\phi\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \epsilon\phi(-\theta)}{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cdot \eta\mu(2\pi + \theta) \cdot \sigma\eta\kappa(\theta - \pi) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)} = -1$

στ) $\frac{\sigma\phi x}{1 + \sigma\phi^2 x} + \frac{\eta\mu^3 x}{\sigma\eta\kappa x} = \epsilon\phi x$

Handwritten notes on the right margin:
 $\frac{1 - \sigma\phi^2 x}{1 + \sigma\phi^2 x} = \frac{\sigma\phi x}{\sigma\eta\kappa x} - \frac{\epsilon\phi x}{\eta\mu x}$